

Η αξιοποίηση των μαθηματικών εκπαιδευτικών λογισμικών στη διδασκαλία των συναρτήσεων στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση

Αργύρη Παναγιώτα

Πρότυπο Πειραματικό Λύκειο Ευαγγελικής Σμύρνης , argiry@gmail.com

Περίληψη

Στην εποχή της επανάστασης της γνώσης και της πληροφορίας, η υπολογιστική τεχνολογία έχει εισβάλλει και στην μαθηματική εκπαίδευση. Μαθητές και εκπαιδευτικοί καλούνται να αξιοποιήσουν τα ψηφιακά εργαλεία στην μάθηση και την διδασκαλία των μαθηματικών. Τα εκπαιδευτικά λογισμικά των μαθηματικών προσφέρουν την ευκαιρία να μετασχηματίσουμε τη διδασκαλία, μακριά από την παραδοσιακή ρουτίνα, αναμορφώνοντας το περιεχόμενο και την παιδαγωγική διάσταση. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται σχέδια μαθήματος με καθοδηγούμενες δραστηριότητες που αξιοποιούν τις λειτουργίες της υπολογιστικής τεχνολογίας στην διδασκαλία των συναρτήσεων: α) των ιδιοτήτων της εκθετικής και της ημιτονοειδούς συνάρτησης για τους μαθητές της Β' Λυκείου β) των μετατοπίσεων της γραφικής παράστασης της παραβολής για τους μαθητές της Α' Λυκείου. Ο βασικός στόχος είναι να παρουσιαστούν τα πλεονεκτήματα από την χρήση των νέων τεχνολογιών, ώστε η κοινότητα των εκπαιδευτικών να εντάξει στη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών καινοτόμες διδακτικές πρακτικές.

Λέξεις κλειδιά: ψηφιακά εργαλεία, σχέδια μαθήματος, καινοτόμες διδακτικές πρακτικές.

1. Οι καινοτομίες και η πρόσθετη διδακτική που προσφέρουν τα εκπαιδευτικά μαθηματικά λογισμικά στη διαμόρφωση της διδασκαλίας των συναρτήσεων, σε σύγκριση με την παραδοσιακή διδασκαλία

Κατά τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας, η έλλειψη κατάλληλων αναπαραστασιακών μέσων δεν επιτρέπει την βαθύτερη εννοιολογική κατανόηση της μαθηματικής έννοιας της συνάρτησης, καθώς περιοριζόμαστε στην εργαλειακή ή διαδικαστική κατανόηση. Η παρουσίαση της έννοιας της συνάρτησης στην παραδοσιακή διδακτική πρακτική βασίζεται στον μονόλογο του εκπαιδευτικού και σε μία προκαθορισμένη σειρά ενεργειών: Δίνεται ο τύπος της συνάρτησης, κατασκευάζεται ο πίνακας τιμών, η αναπαράσταση της γραφικής της παράστασης στους άξονες και η περιγραφή των ιδιοτήτων της. Έτσι οι μαθητές είναι παθητικοί ακροατές και αυτή η διδακτική προσέγγιση τους οδηγεί στην μηχανική αφομοίωση και εφαρμογή κανόνων, τύπων και αλγοριθμικών διαδικασιών.

Α. Λαδιάς, Α. Μικρόπουλος, Χ. Παναγιωτακόπουλος, Φ. Παρασκευά, Π. Πιντέλας, Π. Πολίτης, Σ. Ρετάλης, Δ. Σάμψων, Ν. Φαχαντίδης, Α. Χαλκίδης (επιμ.), Πρακτικά Εργασιών 3ου Πανελληνίου Συνεδρίου «Ενταξη των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία» της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης ΤΠΕ στην Εκπαίδευση (ΕΤΠΕ), Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων, Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Πειραιάς, 10-12 Μαΐου 2013

Αντίθετα με την ένταξη των μαθηματικών εκπαιδευτικών στην εκπαιδευτική διδακτική διαδικασία ο μαθητής αναλαμβάνει ενεργό ρόλο στην διαδικασία της μάθησης. Πιο συγκεκριμένα, τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας Sketchpad και Geogebra διαθέτουν το σημαντικό πλεονέκτημα της χρήσης των μεταβολών. Κατά αυτόν τον τρόπο ο μαθητής θα πειραματιστεί μέσω των πολλών μετασχηματισμών της γραφικής παράστασης, θα διερευνήσει ιδιότητες των συναρτήσεων και θα εξάγει συμπεράσματα και κανόνες. Ο μαθητής μπορεί να μετασχηματίζει συνεχώς και σε πραγματικό χρόνο την γραφική παράσταση της συνάρτησης, δηλαδή κινεί ορισμένα στοιχεία του σχήματος που έχει σχεδιαστεί να παρατηρεί ποια στοιχεία μεταβάλλονται, το πώς μεταβάλλονται και γιατί μεταβάλλονται, ενώ ταυτόχρονα παρατηρεί το πώς ανταποκρίνονται τα υπόλοιπα στοιχεία σε αυτές τις αλλαγές. Για την ταξινόμηση και την οργάνωση των γενικεύσεων και των κανόνων που προκύπτουν, τα λογισμικά πραγματοποιούν μετρήσεις, οι οποίες μπορούν και να πινακοποιηθούν.

Η χρήση του λογισμικού Function Probe (FP) δίνει την δυνατότητα στους μαθητές να πειραματιστούν, να βρουν και να διερευνήσουν σχέσεις μεταξύ συμμεταβαλλόμενων μεγεθών, μέσω των πολλαπλών και δυναμικά συνδεδεμένων αναπαραστάσεων (συμβολική έκφραση, πίνακας τιμών, γράφημα). Στο λογισμικό FP ο πίνακας επικοινωνεί με το γράφημα και αντιστρόφως μπορούμε να αποκόπτουμε σημεία από το γράφημα και να τα στέλνουμε στον πίνακα τιμών. Αυτό σημαίνει ότι όταν ο τύπος της συνάρτησης αλλάζει μεταφέρει τις αλλαγές στο γράφημα και αντιστρόφως όταν επεμβαίνουν στο γράφημα προβάλλονται οι μεταβολές που υφίσταται ο τύπος της συνάρτησης.

2.Σχέδιο μαθήματος 1

A) Περιγραφή Μαθήματος: Τάξη: Β' Λυκείου, γνωστική περιοχή Μαθηματικών: Αλγεβρα, γνωστικό αντικείμενο Μαθηματικών: Η μελέτη των ιδιοτήτων της εκθετικής συνάρτησης, Διδακτική Ενότητα: σχολικό βιβλίο κεφάλαιο 5.1 σελ.160

Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών : Να μπορούν να αναγνωρίζουν τόσο εποπτικά όσο και αλγεβρικά τα χαρακτηριστικά μιας συνάρτησης όπως είναι το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών, η μονοτονία και η συμμετρία.

Διδακτικοί στόχοι της δραστηριότητας : Να μελετήσουν την εκθετική συνάρτηση και τα βασικά χαρακτηριστικά της.

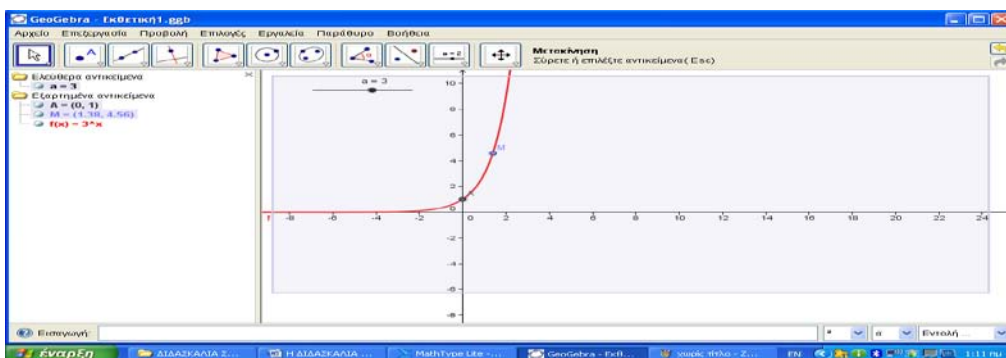
B) Μέσα διδασκαλίας: Οι υπολογιστές του εργαστηρίου Πληροφορικής και ο βιντεοπροβολέας- Λογισμικό Geogebra - Φύλλα εργασίας-τετράδια σημειώσεων.

Γ) Χρόνος υλοποίησης : 1 διδακτική ώρα

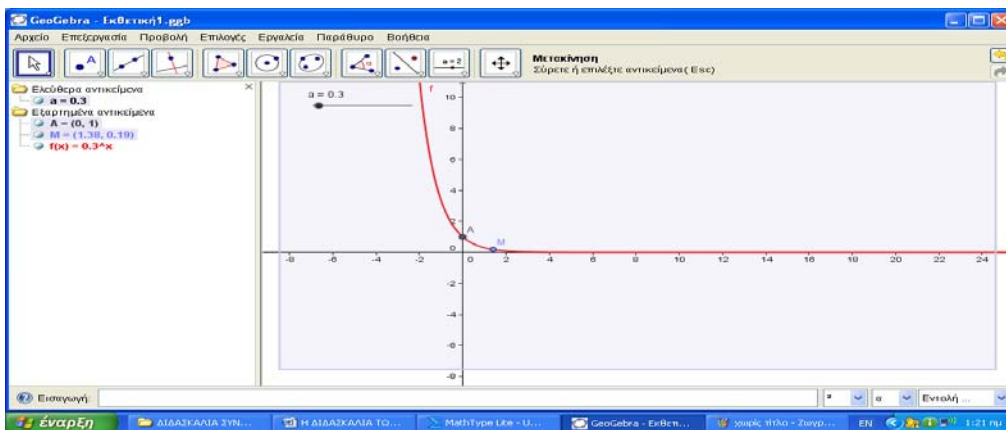
Δ) Δομή του μαθήματος : Εισάγεται στο λογισμικό η εκθετική συνάρτηση και ο δρομέας α (που αποτελεί τη βάση της εκθετικής συνάρτησης) μετακινείται δυναμικά. Ο μετασχηματισμός της γραφικής παράστασης που παρουσιάζεται στην οθόνη ωθεί

τις ομάδες των μαθητών να πειραματιστούν. Το πρώτο βασικό συμπέρασμα είναι ότι η μορφή της γραφικής παράστασης είναι διαφορετική για $a > 1$ και $0 < a < 1$ (σχήμα 1, σχήμα 2). Αυτό οδηγεί στην διατύπωση της υπόθεσης ότι μεταβάλλονται και οι ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης για $a > 1$ και $0 < a < 1$, που τίθεται προς διερεύνηση. Με την καθοδήγηση των ερωτήσεων του φύλλου εργασίας θα ανακαλύψουν και θα εξάγουν συμπεράσματα για τις ιδιότητες της (πεδίο ορισμού, σύνολο τιμών, μονοτονία, ακρότατα, συμμετρία) για $a > 1$ και $0 < a < 1$.

Επιπλέον, η δυνατότητα της μετακίνησης ενός σημείου πάνω στην γραφική παράσταση της συνάρτησης, με αποτύπωση των συντεταγμένων του στο παράθυρο της άλγεβρας είναι μία σημαντική ιδιότητα του λογισμικού που οδηγεί στην διατύπωση των κανόνων για την μονοτονία της συνάρτησης και στις δύο περιπτώσεις



Σχήμα 1: η γραφική παράσταση της εκθετικής συνάρτησης : $f(x) = a^x$ ($a > 1$)



Σχήμα 2: η γραφική παράσταση εκθετικής συνάρτησης : $f(x) = a^x$ ($0 < a < 1$)

Ε) Αξιολόγηση : Άσκηση 1 (i) σελ.171 , άσκηση 1 σελ.172 απο το σχολικό βιβλίο.

3. Φύλλο εργασίας 1

Α. Λαδιάς, Α. Μικρόπουλος, Χ. Παναγιωτακόπουλος, Φ. Παρασκευά, Π. Πιντέλας, Π. Πολίτης, Σ. Ρετάλης, Δ. Σάμψων, Ν. Φαχαντίδης, Α. Χαλκίδης (επιμ.), Πρακτικά Εργασιών 3ου Πανελλήνιου Συνεδρίου «Ένταξη των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία» της Ελληνικής Επιστημονικής Ένωσης ΤΠΕ στην Εκπαίδευση (ΕΤΠΕ), Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων, Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Πειραιάς, 10-12 Μαΐου 2013

Δραστηριότητα Στο λογισμικό Geogebra εισάγεται παράμετρος –δρομέας a με τιμές 0 έως 5 (μεταβολή κατά 0.01), ο οποίος μετακινείται. Εισάγεται η συνάρτηση :

$$f(x) = a^x$$

Ερωτήσεις

α) Για $a > 1$, ποιο είναι το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f ; Επιλέξτε ένα τυχαίο σημείο $M(x_1, f(x_1))$ της γραφικής παράστασης της f , να το μετακινήσετε πάνω σε αυτήν και να παρατηρήσετε τις μεταβολές των συντεταγμένων του στο παράθυρο της άλγεβρας.

i) Αν $x_1 < x_2$ τότε $f(x_1), \dots, f(x_2)$. Τι είδους μονοτονία παρουσιάζει η συνάρτηση f ;

ii) Ποιος είναι ο άξονας συμμετρίας της γραφικής παράστασης της f ;

iii) Σε ποια σημεία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τους άξονες;

γ) Για $0 < a < 1$, ποιο από τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης μεταβάλλεται;

4. Σχέδιο μαθήματος 2

A) Περιγραφή Μαθήματος: Τάξη: Β' Λυκείου, Γνωστική περιοχή Μαθηματικών: Άλγεβρα -Τριγωνομετρία, Γνωστικό αντικείμενο Μαθηματικών: Η Μελέτη των ιδιοτήτων της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$ και της $g(x) = \rho\eta\mu(ax)$, Διδακτική ενότητα : Σχολικό βιβλίο κεφάλαιο 3.4 σελίδα 73

Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών: α) Τριγωνομετρικοί αριθμοί ημιτόνων των χαρακτηριστικών τόξων, β) η έννοια της περιοδικότητας μίας συνάρτησης, γ) οι έννοιες της μονοτονίας και των ακροτάτων μίας συνάρτησης.

Διδακτικοί στόχοι της δραστηριότητας: α) Κατασκευή της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$ και της $g(x) = \rho\eta\mu(ax)$ σε όλο το $\mathbb{R}$, β) αναγνώριση της περιοδικότητας τους T , γ) κατανόηση των ιδιοτήτων τους σε διάστημα $[0, T]$: μονοτονία, ακρότατα και συμπλήρωση πίνακα τιμών.

B) Μέσα διδασκαλίας Οι υπολογιστές του εργαστηρίου Πληροφορικής ή βιντεοπροβολέας- Λογισμικό Sketchpad- Φύλλα εργασίας

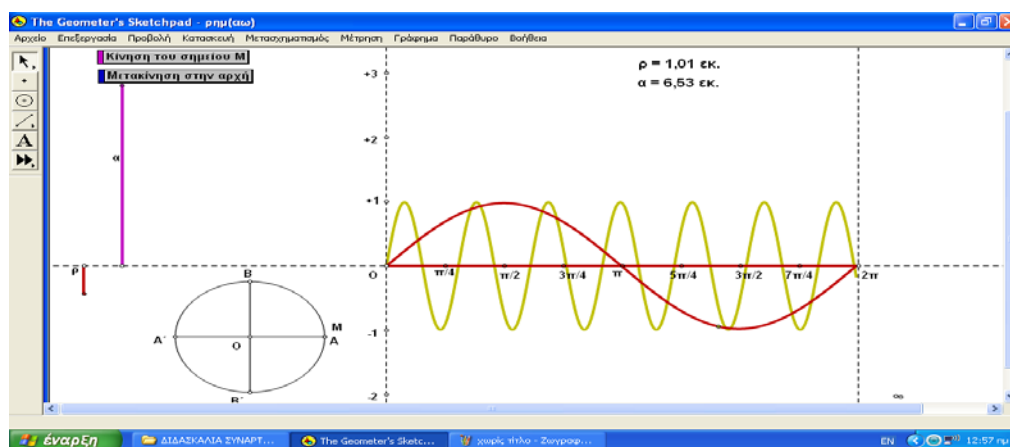
Γ) Χρόνος υλοποίησης: 2 διδακτικές ώρες

Δ) Δομή του μαθήματος: Στην 1^η δραστηριότητα με την βοήθεια του λογισμικού Sketchpad δίνεται η δυνατότητα της μετακίνησης ενός σημείου M πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο με ταυτόχρονη αποτύπωση των συντεταγμένων του για την προβολή της γραφικής παράστασης της $f(x) = \eta\mu x$ (σχήμα 3). Με την συμπλήρωση του πίνακα τιμών δίνεται το έναυσμα για την περαιτέρω μελέτη των ιδιοτήτων της συνάρτησης. Οι μαθητές συνεργάζονται και αναλύτουν τη νέα γνώση για την μονοτονία, τα ακρότατα, το πρόσημο και την συμμετρία της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$.

Στην 2^η δραστηριότητα οι μαθητές οδηγούνται σταδιακά στην γενίκευση των κανόνων για τις ιδιότητες της συνάρτησης $f(x) = \rho\eta\mu(ax)$. Η κατασκευή των μεταβολών ρ και a στο λογισμικό Sketchpad αποτελούν την βασική ιδέα του

διδασκτικού σχεδίου και είναι καθοριστικής σημασίας για την πορεία μάθησης απο το μερικό στο γενικό.

Αρχικά για $a=1$, δηλαδή χωρίς να μεταβληθεί η περίοδος και η μονοτονία της συνάρτησης οι μαθητές ανακαλύπτουν μετά απο δοκιμές ότι η παράμετρος ρ επηρεάζει την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης. Στην συνέχεια διατηρώντας σταθερό το ρ διατυπώνουν εικασίες για τον ρόλο της παραμέτρου a , ώστε να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι επηρεάζει την περίοδο της συνάρτησης, άρα και τα αντίστοιχα διαστήματα μοντονίας. Τέλος ταξινομώντας τα αποτελέσματά τους, καλούνται να εξάγουν τα συμπεράσματά τους για την διατύπωση των ιδιοτήτων της συνάρτησης $f(x)=\rho\eta\mu(ax)$ (σχήμα 3).



Σχήμα 3: οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=\eta\mu\chi$ και $f(x)=\rho\eta\mu(ax)$

Ε) Αξιολόγηση : Δίνεται η συνάρτηση : $f(\chi)=2\eta\mu(4\chi)$. i) Ποια είναι η περίοδος της ; ii) Να συμπληρώσετε πίνακα μεταβολών για την f iii) Να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση

5.Φύλλο εργασίας 2

Δραστηριότητα 1^η Απο την μετακίνηση του σημείου M στον τριγωνομετρικό κύκλο , αποτυπώνεται στο σύστημα συντεταγμένων τι παρατηρείτε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(\chi)=\eta\mu\chi$

Μονοτονία :

Ακρότατα :

Παίρνει θετικές τιμές..... Παίρνει αρνητικές τιμές.....

Αν το σημείο M εκτελέσει κ περιστροφές στον τριγωνομετρικό κύκλο ,τι παρατηρείτε ; Η συνάρτηση $f(\chi)=\eta\mu\chi$ εμφανίζει περιοδικότητα (επανάληψη) ; Πόσο είναι η περίοδος της ;

Δραστηριότητα 2^η Να μετακινήσετε το μεταβολέα α , ώστε $\alpha=1$. Στην συνέχεια μετακινώντας τον μεταβολέα ρ να καταγράψετε τις παρατηρήσεις:

Για $\rho=2$: i) Η περίοδος της $f(x)=2\eta\mu x$ είναι.....ii) Είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματακαι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματαiii) Έχει μέγιστο στη θέση το και ελάχιστο στη θέση..... το.....

Για $\rho=4$: i) Η περίοδος της $f(x)=4\eta\mu x$ είναι.....ii) Είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματακαι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματαiii) Έχει μέγιστο στη θέση το και ελάχιστο στη θέση..... το.....

Γενίκευση- Συμπέρασμα Η συνάρτηση $f(x)=\rho\eta\mu x$

Δραστηριότητα 3^η Να μετακινήσετε το μεταβολέα ρ , ώστε $\rho=1$. Στην συνέχεια μετακινώντας τον μεταβολέα α να καταγράψετε τις παρατηρήσεις:

Για $\alpha=2$: i) Η περίοδος της $f(x)=\eta\mu 2x$ είναι.....ii) Είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματακαι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματαiii) Έχει μέγιστο στη θέση το και ελάχιστο στη θέση..... το.....

Για $\alpha=3$: i) Η περίοδος της $f(x)=\eta\mu 3x$ είναι.....ii) Είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματακαι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματαiii) Έχει μέγιστο στη θέση το και ελάχιστο στη θέση..... το.....

Γενίκευση- Συμπέρασμα Η συνάρτηση $f(x)=\eta\mu\alpha x$

Γενίκευση- Συμπέρασμα Η συνάρτηση $f(x)=\rho\eta\mu\alpha x$

6. Σχέδιο μαθήματος 3

A) Περιγραφή Μαθήματος : Τάξη: Α΄ Λυκείου, Γνωστική περιοχή Μαθηματικών: Αλγεβρα .Γνωστικό αντικείμενο: Μελέτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)=a\chi^2$. Διδακτική ενότητα: Σχολικό βιβλίο κεφάλαιο 5.1 σελίδα 140

Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών :Α)Η έννοια της συνάρτησης και της γραφικής παράστασης ,οι έννοιες της μονοτονίας , των ακροτάτων και της συμμετρίας μίας συνάρτησης και να μπορούν να αναγνωρίζουν αυτές τις ιδιότητες στην γραφική παράσταση της συνάρτησης. Β) Να είναι σε θέση απο την γραφική παράσταση μίας συνάρτησης να αποτυπώνουν τον αλγεβρικό της τύπο.

Διδακτικοί στόχοι της δραστηριότητας α)Να παριστάνουν γραφικά συναρτήσεις μορφής : $f(x)= f(x) \pm c$ και $f(x)=f(\chi \pm c)$.β)Να κατανοήσουν και να αναγνωρίσουν τις μεταβολές στις ιδιοτήτων της συνάρτησης της παραβολής, που προκύπτουν λόγω της κατακόρυφης ή της οριζόντιας μετατόπισης της γραφικής της παράστασης.

B) Μέσα διδασκαλίας : Οι υπολογιστές του εργαστηρίου Πληροφορικής ή βιντεοπροβολέας- Λογισμικό Function Probe- Φύλλα εργασίας

Γ) Χρόνος υλοποίησης : 1 διδακτική ώρα

Δ) Δομή του μαθήματος Το λογισμικό Function Probe διαθέτει το σημαντικό πλεονέκτημα να παρουσιάζει ταυτόχρονα την γραφική παράσταση της συνάρτησης με τον αντίστοιχο τύπο. Αυτό σημαίνει ότι αποτυπώνει ταχύτατα την μεταβολή (κατακόρυφη –οριζόντια) της γραφικής παράστασης και τον αντίστοιχο τύπο.

Ε) Αξιολόγηση Απο το σχολικό βιβλίο άσκηση 1,2 (i), 3(ii) σελίδα 144.

7.Φύλλο εργασίας 3

1.Κατασκευάζεται με τη βοήθεια του λογισμικού Function Probe η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=2x^2$.

2.α)Μετακινήστε τη γραμμή (επιλογές γραφήματος→ εμφάνιση μετασχηματισμών,

εργαλειοθήκη  και  και σας πρώτα δεξιά και μετά αριστερά της αρχικής και καταγράψτε τους νέους τύπους της συνάρτησης.

Συμπέρασμα : Μπορείτε να σημειώσετε έναν γενικό τύπο συνάρτησης που θα προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης κατά c μονάδες δεξιά ($c>0$) και μετά κατά c μονάδες αριστερά ($c<0$)

β)Κατά την οριζόντια μετατόπιση της γραμμής σας πέρα από την αλλαγή του τύπου της παρατηρήσατε καμία αλλαγή στα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της (μονοτονία, ακρότητα, συμμετρία);

3.α)Μετακινήστε τη γραμμή σας προς τα πάνω και προς τα κάτω (εργαλειοθήκη 

και ) σε αρκετές νέες θέσεις και καταγράψτε τους νέους τύπους της συνάρτησης.

Συμπέρασμα : Μπορείτε να σημειώσετε έναν γενικό τύπο συνάρτησης που θα προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της κατά c μονάδες πάνω ($c>0$) και μετά κατά c μονάδες κάτω ($c<0$);

β)Κατά την κατακόρυφη μετατόπιση ποιο από τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης άλλαξε και κατά πόσο;

8. Αξιολόγηση της διδακτικής πρότασης –Συμπεράσματα :

Ως προς τις επιδιώξεις του σεναρίου : Ο έλεγχος για το κατά πόσο επιτεύχθηκαν οι γνωστικοί στόχοι του σχεδίου μαθήματος πραγματοποιήθηκε μετά τις ασκήσεις που δόθηκαν ως εργασία για το σπίτι. Το μεγαλύτερο ποσοστό των μαθητών ήταν σε θέση να εφαρμόσει τις νέες μαθηματικές έννοιες. Ως προς τους κοινωνικούς στόχους οι μαθητές συνεργάστηκαν, διατύπωσαν εικασίες για τις απαντήσεις των φύλλου εργασίας, αντάλλαξαν απόψεις, καλλιέργησαν πνέυμα έρευνας και κριτικής σκέψης.

Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό της διδασκαλίας είναι ότι κινητοποιήθηκε το ενδιαφέρον ακόμα και των αδύνατων μαθητών του τμήματος .

Ως προς τα εργαλεία και την διαδικασία υλοποίησης : Η επεξεργασία των δεδομένων , που έγινε με βάση την ανταπόκριση των μαθητών στις απαντήσεις του φύλλου εργασίας , έδειξε ότι : α) οι δυνατότητες των λογισμικών που επιλέχθηκαν να χρησιμοποιήθηκαν ικανοποίησαν απόλυτα τους γνωστικούς διδακτικούς στόχους που είχαν τεθεί β) Ειδικότερα η καθοδηγούμενη δομή των ερωτήσεων των φύλλων εργασίας μέσα από την σταδιακή διερεύνηση διευκόλυνε ιδιαίτερα την οργάνωση των συμπερασμάτων των μαθητών. Η χρήση βιντεοπροβολέα διευκόλυνε την μαθησιακή και διδακτική πορεία , καθώς υπήρχε μεγάλη οικονομία του διδακτικού χρόνου με την παρουσίαση των δραστηριοτήτων στην επιφάνεια εργασίας του λογισμικού. Ως διδάσκων από την πλευρά μου δεν χρειάστηκε να επέμβω για την εξαγωγή των συμπερασμάτων , η παρέμβαση μου περιορίστηκε στην ανακεφαλαίωση των κανόνων στο τέλος του κάθε μαθήματος μαθηματος.

Επέκταση του προτεινόμενου διδακτικού σχεδιασμού α) Στην διδασκαλία της λογαριθμικής συνάρτησης (ως συμμετρική ως προς την ευθεία $\psi=\chi$ της εκθετικής β) Στην διδασκαλία και την εξαγωγή συμπερασμάτων στην επίλυση των εξισώσεων :

$$\alpha^x = \beta^x, a^x = \theta$$

γ) Στην διδασκαλία και την μελέτη των ιδιοτήτων των κωνικών τομών (έλλειψη, υπερβολή)

Βιβλιογραφία

Ανδρεαδάκης, Σ., Κατσαργύρης, Β., Παπασταυρίδης, Σ., Πολύζος, Γ. & Σβέρκος, Α. (2009). Άλγεβρα Α' τάξης Γενικού Λυκείου. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων

Ανδρεαδάκης, Σ., Κατσαργύρης, Β., Παπασταυρίδης, Σ., Πολύζος, Γ. & Σβέρκος, Α. (2011). Άλγεβρα Β' τάξης Γενικού Λυκείου. Αθήνα: Ινστιτούτο τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων (ΙΤΥΕ) "Διοφαντός"

ITY(2010). Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης. Τεύχος 4: Κλάδος ΠΕ03, Β' έκδοση Αναθεωρημένη & Εμπλουτισμένη. Πάτρα: ΙΤΥ

Function Probe. (2002). Βιβλίο καθηγητή. Αθήνα: Exodus S.A.

Οδηγός Βοήθειας για το Geogebra και το Sketchpad

Οδηγίες για τη διδασκτέα ύλη και τη διδασκαλία των Μαθηματικών του Γενικού Λυκείου κατά το σχολικό έτος 2007 - 2008