

# Μελέτη περίπτωσης διδασκαλίας κλασματικών μονάδων με χρήση του εγκεκριμένου από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο εκπαιδευτικού λογισμικού «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά»

Z. Κυριακοπούλου<sup>1</sup>, Π. Πολίτης<sup>2</sup>

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

<sup>1</sup>z\_kyriak@yahoo.gr, <sup>2</sup>ppol@uth.gr

## Περίληψη

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μία έρευνα που πραγματοποιήθηκε με σκοπό τη διερεύνηση των διαδικασιών και των αποτελεσμάτων μιας διδακτικής παρέμβασης με εποικοδομητικά χαρακτηριστικά, αξιοποιώντας το εγκεκριμένο από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο λογισμικό «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά», για τη διδασκαλία της ενότητας «κλασματικές μονάδες». Πρόκειται για μελέτη περίπτωσης στην οποία συμμετείχαν τέσσερις μαθητές της Ε' Δημοτικού και έλαβε χώρα σε εξωσχολικό περιβάλλον. Για τη συλλογή δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν αρχικά - τελικά ερωτηματολόγια, φύλλα εργασίας, βιντεοσκοπήσεις και το screen capture λογισμικό Camtasia. Ως θεωρητικό πλαίσιο και ερευνητικό εργαλείο για την επεξεργασία και ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η «Θεμελιωμένη Θεωρία» (Grounded Theory). Τα αποτελέσματα της έρευνας αφορούν τις μαθησιακές στρατηγικές που αναπτύχθηκαν, τις στάσεις των μαθητών, το ρόλο του εκπαιδευτικού, τη συμβολή του εκπαιδευτικού λογισμικού στην εκπαιδευτική διαδικασία και την αλληλεπίδρασή του με τους μαθητές.

**Λέξεις κλειδιά:** κλασματική μονάδα, εκπαιδευτικό λογισμικό, θεμελιωμένη θεωρία.

## 1. Εισαγωγή

Οι κλασματικές έννοιες αποτελούν μία περιοχή των μαθηματικών που οι μαθητές βρίσκουν ιδιαίτερα προκλητική, ωστόσο από τις έρευνες προκύπτει ότι η διδασκαλία των κλασμάτων είναι ένα αντικείμενο ιδιαίτερα δύσκολο για τα παιδιά και ότι ενώ οι μαθητές φαίνεται να παρουσιάζουν πλήρη κατανόηση των εννοιών που σχετίζονται με τα κλάσματα, στην πραγματικότητα δεν συμβαίνει αυτό. Μεγάλη σημασία στη διδασκαλία των μαθηματικών και ειδικότερα των κλασματικών εννοιών έχει η χρήση αναπαραστάσεων, όπως υπογραμμίζεται και από το National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000). Η κατανόηση μιας έννοιας (Γαγάσης κ.ά., 2001), έχει ως προϋπόθεση τα ακόλουθα: (α) την ικανότητα αναγνώρισης της έννοιας όταν παρουσιάζεται με μια ποικιλία ποιοτικά διαφορετικών συστημάτων αναπαράστασης, (β) την ικανότητα χειρισμού της έννοιας μέσα στα συγκεκριμένα συστήματα αναπαράστασης και (γ) την ικανότητα μετάφρασης της έννοιας από ένα σύστημα σε άλλο. Στη συγκεκριμένη έρευνα σχεδιάστηκε μία διδακτική παρέμβαση για τη διδασκαλία των κλασματικών μονάδων που πραγματοποιήθηκε σε ένα μαθησιακό

περιβάλλον υποστηριζόμενο από τον υπολογιστή και με έμφαση στη χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων της κλασματικής μονάδας.

## 2. Θεωρητικό Πλαίσιο

### 2.1 Παιδαγωγική προσέγγιση της διδακτικής παρέμβασης

Στα προγράμματα των δημοτικών σχολείων συνήθως εμφανίζονται τρεις διακριτές έννοιες των κλασμάτων: (α) η σχέση μέρος – όλου, (β) το πηλίκο και (γ) η αναλογία. Η έμφαση δίνεται συνήθως στη σχέση μέρος – όλου και οι άλλες δύο έννοιες αναπτύσσονται ελάχιστα. Για να αναπτυχθούν επαρκώς οι κλασματικές έννοιες είναι αναγκαία η χρήση μοντέλων (Van de Walle, 2007). Οι τρεις συνηθέστερες κατηγορίες μοντέλων είναι: (i) περιοχής, (ii) μήκους και (iii) συνόλου. Στα μοντέλα περιοχής, μία επιφάνεια, ή περιοχή, υποδιαιρείται σε μικρότερα μέρη. Στα μοντέλα μήκους, μία μονάδα μήκους μπορεί να χωριστεί σε κλασματικές μονάδες και στην περίπτωση αυτή συγκρίνονται μήκη. Στα μοντέλα συνόλων το «όλο» νοείται ως σύνολο αντικειμένων και τα υποσύνολα του συνόλου συνιστούν κλασματικά μέρη.

Η διδασκαλία και η αξιοποίηση των τεχνολογιών που επιλέχθηκαν για την διδακτική παρέμβαση της παρούσας εργασίας στηρίχθηκαν στην εποικοδομητική θεωρία για τη διδασκαλία των κλασμάτων, χαρακτηριστικά της οποίας είναι η χρήση της άτυπης γνώσης των παιδιών για την οικοδόμηση των κλασματικών εννοιών, η εισαγωγή στη μαθησιακή διαδικασία κλασματικών αναπαραστατικών μοντέλων, η εισαγωγή της μεθόδου επίλυσης προβλημάτων πραγματικών καταστάσεων (ρεαλιστικά μαθηματικά) και η χρήση νέων εκπαιδευτικών τεχνολογιών. Επίσης λήφθηκε υπόψη η θεωρία των Bruner και Gagne για τη διερευνητική και ανακαλυπτική μάθηση, όπου οι μαθητές ωθούνται στην αυτενεργό έρευνα, στη διατύπωση εικασιών και ερωτημάτων και στον πειραματισμό. Η διδασκαλία βασίστηκε και στις αρχές της συνεργατικής μάθησης, καθώς η μαθησιακή δραστηριότητα που εμπειρεύει αλληλεπίδραση του ατόμου με το περιβάλλον του, άρα και με τους συνομήλικούς του, συνεπάγεται τη συνεργατική μάθηση, στα πλαίσια της οποίας οι μαθητές εκφράζουν δημόσια τις σκέψεις τους, γεγονός που τους οδηγεί στη συνειδητοποίηση των αρχικών αυθόρμητων ιδεών τους και στη μετέπειτα επεξεργασία τους (Κόμης, 2004)

### 2.2 Μαθηματικά και ΤΠΕ

Τα σύγχρονα προγράμματα σπουδών για τα μαθηματικά κάνουν λόγο για την ενσωμάτωση της τεχνολογίας στις μαθηματικές τάξεις και τα προσδοκώμενα σχετικά μαθησιακά οφέλη για τους μαθητές. Υπέρ της χρήσης της τεχνολογίας τίθεται μία από τις έξι αρχές του αμερικανικού «Αρχές και Πρότυπα για τα Σχολικά Μαθηματικά» (Principles and Standards for School Mathematics) που υποστηρίζει ότι «η τεχνολογία είναι στοιχειώδης για τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών, επηρεάζει τα μαθηματικά που διδάσκονται και ενισχύει τη μάθηση»

(NCTM, 2000). Εστιάζοντας στον μαθητή/τρια, η τεχνολογία μπορεί να υποστηρίξει νέες ικανότητες και κατανοήσεις, να προσφέρει, συνεπώς, ένα γνωστικό εργαλείο που υποστηρίζει γνωστικές και μεταγνωστικές διαδικασίες (Nanjappa & Grant, 2003).

Έρευνες υποστηρίζουν ότι οι ΤΠΕ ενισχύουν τη διδασκαλία και τη μάθηση στα μαθηματικά (Gentile et al, 1994), ότι η χρήση του υπολογιστή μπορεί να βελτιώσει την ικανότητα μοντελοποίησης Zbiek (1998), ότι οι ΤΠΕ μπορούν να αυξήσουν σε μεγάλο βαθμό την αντίληψη σε θέματα γεωμετρίας (Gentile et al, 1994), ή ότι η τεχνολογία συνιστά κίνητρο για τους μαθητές καθώς τους παρέχει ιδιαίτερα ενδιαφέρουσες μαθησιακές δραστηριότητες (Sandholtz al, 1997). Τα κλάσματα αποτελούν συχνά αντικείμενο έρευνας για διδασκαλία με χρήση ΤΠΕ και ειδικότερα με τη χρήση εκπαιδευτικών λογισμικών. Ένα τέτοιο παράδειγμα περιγράφεται στην εργασία των Biddlecomb και Whitmire (1992), όπου ερευνάται η κατασκευή των κλασματικών αριθμών από τους μαθητές με χρήση μικρόκοσμων σε υπολογιστικό περιβάλλον. Επίσης δύο άλλα λογισμικά, το TIMA (Tools for Interactive Mathematical Activity) και το CHiLE ((Constructivist Hypermedia interactive Learning Environment) (Olive, 2000) κατασκευάστηκαν ως απόρροια διδακτικής επικοινωνιακής παρέμβασης που στόχευε στην κατανόηση των κλασμάτων από μικρούς μαθητές. Το πρώτο λογισμικό περιείχε εικονικά μοντέλα αναπαραστάσεων μήκους, εμβαδού και συνόλων, που χρησιμοποιούσαν κυρίως γεωμετρικά σχήματα και οι μαθητές με απλές κινήσεις του ποντικιού έκαναν υπολογισμούς, μετρήσεις, διαμερίσεις. Στο δεύτερο λογισμικό, οι μαθητές έπαιζαν το ρόλο σερβιτόρων σε εικονικό εστιατόριο και προσπαθούσαν να χωρίσουν σε ίσα μέρη αντικείμενα όπως πίτσες και πίτες. Και στις δύο περιπτώσεις η χρήση του λογισμικού βοήθησε τους μαθητές να αντιληφθούν έννοιες και διαδικασίες σχετικές με τα κλάσματα, συχνά μέσα από ένα ρεαλιστικό πλαίσιο. Επίσης τα δυναμικά εργαλεία των λογισμικών επέτρεψαν στους μαθητές με δυσκολία στη χρήση της μαθηματικής γλώσσας, να επικοινωνήσουν τις ιδέες και τη γνώση τους για τα κλάσματα μέσω εικόνων και αναπαραστάσεων, δηλαδή μπορούσαν να δείξουν όσα δεν μπορούσαν να διατυπώσουν.

### **2.3 Το Εκπαιδευτικό Λογισμικό «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά»**

Το εγκεκριμένο από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο εκπαιδευτικό λογισμικό «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά» δημιουργήθηκε –σύμφωνα με τους κατασκευαστές του- με σκοπό να αποτελέσει ένα περιβάλλον υποστήριξης της μάθησης και της διδασκαλίας των Μαθηματικών για τις τάξεις του Δημοτικού Σχολείου, σύμφωνα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών.

Οι εκπαιδευτικές λειτουργίες του λογισμικού εξασφαλίζονται από δύο ειδών υπολογιστικές εφαρμογές: τα Τοπικά Λογισμικά και τα Υπολογιστικά Περιβάλλοντα Μάθησης. Τα Τοπικά Λογισμικά υποστηρίζουν με διάφορους τρόπους την προσέγγιση των μαθηματικών αντικειμένων και τα Υπολογιστικά Περιβάλλοντα Μάθησης αποτελούνται από το σύνολο των ιστοσελίδων, από τις οποίες συγκροτείται

ολόκληρο το περιβάλλον. Η πρόσβαση που παρέχει το λογισμικό «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά» στον χρήστη (είτε μαθητή, είτε εκπαιδευτικό) χωρίζεται σε δύο επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο, κάθε χρήστης μπορεί να «τρέξει» τις υπάρχουσες δραστηριότητες. Σε δεύτερο επίπεδο, μπορεί να δημιουργεί τις δικές του δραστηριότητες, είτε χρησιμοποιώντας τα τοπικά λογισμικά, είτε κατασκευάζοντας με απλό τρόπο μια ιστοσελίδα, στην οποία θα ενσωματώνει: κείμενο, εικόνες, βίντεο, ήχο, τοπικό λογισμικό (applet), πίνακα τιμών, διευθύνσεις ιστοσελίδων, ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και σωστού-λάθους, καθώς και βοήθεια, η οποία θα περιέχει οδηγίες προς το χρήστη.

### **3. Ερευνητικό πλαίσιο**

#### **3.1 Μεθοδολογία της έρευνας**

Για τη διερεύνηση των διαδικασιών και των αποτελεσμάτων της διδακτικής παρέμβασης θεωρήθηκε καταλληλότερη μία ερμηνευτική – ποιοτική ερευνητική προσέγγιση σε συνδυασμό με τη μελέτη περίπτωσης. Για τη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η μεθοδολογική τριγωνοποίηση, δηλαδή συλλογή δεδομένων από πολλαπλές πηγές (Cohen & Manion, 2000). Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν αρχικά και τελικά ερωτηματολόγια, φύλλα εργασίας των μαθητών, βιντεοσκοπήσεις και αρχεία καταγραφής των οθονών του υπολογιστή κατά τη διάρκεια των διδασκαλιών (που δημιουργήθηκαν με τη χρήση του screen capture λογισμικού Camtasia).

#### **3.2 Θεωρητικό πλαίσιο έρευνας**

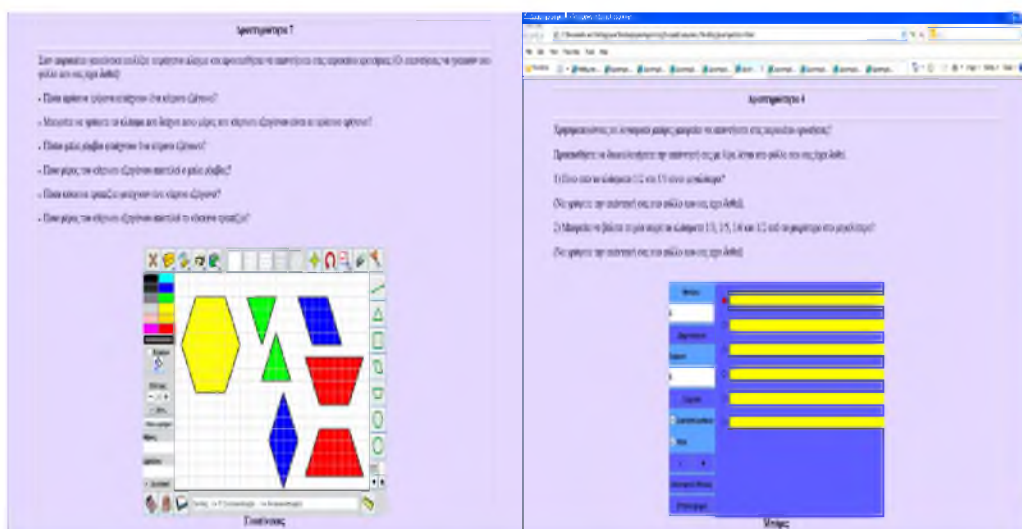
Ως θεωρητικό πλαίσιο και ερευνητικό εργαλείο των ποιοτικών δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η Θεμελιωμένη Θεωρία των Glaser και Strauss (1967). Η πορεία της ανάλυσης στη Θεμελιωμένη Θεωρία ακολουθεί τις εξής αναλυτικές διαδικασίες. Αρχικά ο αναλυτής κωδικοποιεί σειρά - σειρά το κείμενο των διαλόγων και δημιουργεί κώδικες (codes). Μετά από πολλαπλές αναγνώσεις και αλληπάλληλες κατηγοριοποιήσεις, ομαδοποιεί τους κώδικες, που σχετίζονται με ένα κοινό θέμα, σε κατηγορίες χαμηλής τάξης, τις έννοιες (concepts). Έπειτα, οι έννοιες που μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά ομαδοποιούνται ξανά και ξανά για να σχηματίσουν τις κατηγορίες ανώτερης τάξης (categories). Τελικός στόχος είναι η ανάδυση ενός κεντρικού συμπεράσματος, το οποίο θεωρείται ότι περιέχει το θεμελιώδες νόημα του αντικειμένου της έρευνας και δεν περιορίζεται σε μια απλή περιγραφή του υλικού, αλλά αποτελεί έναν τρόπο για την κατανόησή του (Allan, 2003).

#### **3.3 Διαδικασία της έρευνας**

Το δείγμα της παρούσας έρευνας αποτέλεσαν τρεις μαθητές και μία μαθήτρια της Ε΄ τάξης Δημοτικού, οι οποίοι χωρίστηκαν σε δύο ομάδες και πραγματοποιήθηκε μία διδασκαλία σε κάθε ομάδα διάρκειας δύο διδακτικών ωρών. Ο κύριος διδακτικός στόχος της υπό διδασκαλία ενότητας ήταν οι μαθητές να μάθουν να χειρίζονται

κλασματικές μονάδες, να τις συγκρίνουν, να τις διατάσσουν και να συνθέτουν την μονάδα αναφοράς με χρήση ομώνυμων και ετερόνυμων κλασματικών μονάδων.

Το περιβάλλον μάθησης που δημιουργήθηκε περιλαμβάνει δραστηριότητες που αναφέρονται σε έννοιες και σχέσεις των κλασματικών μονάδων, οι οποίες αναπαριστώνται κυρίως με χρήση των μοντέλων μήκους και εμβαδού. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκαν τα τοπικά λογισμικά μπάρες και γεωπίνακας αντίστοιχα. Οι δραστηριότητες αυτές απαιτούν από τον μαθητή διερευνητική στάση και πειραματική διάθεση, καθώς για να καταλήξει στη σωστή απάντηση χρειάζεται για παράδειγμα να μετακινεί τα διάφορα σχήματα ή να μεταβάλλει τις τιμές των δεδομένων (σχήμα 1). Επίσης υπήρξαν δραστηριότητες επηρεασμένες από τα ρεαλιστικά μαθηματικά (σχήμα 2). Ανάλογα με τις απαντήσεις των παιδιών, έβγαιναν στην οθόνη μηνύματα επιβράβευσης ή ανατροφοδότησης και βοήθειας.



*Σχήμα 1: Μαθησιακές δραστηριότητες για τη σύνθεση και σύγκριση κλασματικών μονάδων*

Στην έναρξη της διδασκαλίας δόθηκε στους μαθητές, ανά ομάδα, ένα φύλλο εργασίας για να καθοδηγεί τους μαθητές σε ό,τι αφορά τη σειρά με την οποία θα έκαναν τις δραστηριότητες και το πως θα «άνοιγαν» τις αντίστοιχες ιστοσελίδες και να τους παρέχει χώρο, ώστε να δικαιολογήσουν γραπτά τις απαντήσεις τους. Στους μαθητές/τριες δόθηκαν ένα αρχικό (pre-test) και ένα τελικό (post-test) ερωτηματολόγιο με 11 ερωτήσεις, στόχος των οποίων ήταν η ανίχνευση των αρχικών ιδεών των παιδιών και η διερεύνηση της επίδρασης που είχε η διδασκαλία στις αρχικές τους ιδέες σχετικά με την κλασματική μονάδα.



Σχήμα 2: Μαθησιακή δραστηριότητα για τη σύγκριση κλασματικών μονάδων

### 3.4 Επεξεργασία των δεδομένων

Για την επεξεργασία των δεδομένων ακολουθήθηκαν τα στάδια της Θεμελιωμένης Θεωρίας βάσει των οποίων αναλύθηκαν οι απομαγνητοφωνημένοι διάλογοι των βιντεοσκοπήσεων. Το πρώτο στάδιο ήταν η ανοιχτή κωδικοποίηση, όπου κωδικοποιήθηκαν τα δεδομένα, δημιουργήθηκαν οι κώδικες και αποδόθηκαν ετικέτες στους κώδικες. Ένα παράδειγμα παρουσιάζεται στον πίνακα 1. Το πρώτο γράμμα στην ετικέτα αναφέρεται στο 1<sup>ο</sup> ή 2<sup>ο</sup> ζευγάρι μαθητών και τα νούμερα δηλώνουν τον αύξοντα αριθμό των φράσεων ή των διαλόγων όπως εμφανίζονται στα κείμενα των απομαγνητοφωνήσεων.

Πίνακας 1: Ανοιχτή κωδικοποίηση

ΕΤΙΚΕΤΑ	ΦΡΑΣΗ / ΔΙΑΛΟΓΟΣ	ΚΩΔΙΚΑΣ
AZ78	Z: το μωβ δείχνει το $\frac{1}{2}$ πόσο είναι , το πράσινο δείχνει το $\frac{1}{3}$ , ποιο είναι μεγαλύτερο, το μωβ ή το πράσινο? P: το μωβ Z: άρα ποιο κλάσμα θα είναι μεγαλύτερο? A, P: το $\frac{1}{2}$	Οπτικοποίηση, Σχηματική αναπαράσταση
BZ30	A: α, ναι , παράδειγμα που βγαίνει προς τα έξω, που είναι μεγαλύτερο P: δηλαδή το $\frac{1}{7}$ είναι μικρότερο από το $\frac{1}{6}$	Κατανόηση, εννοιολογική αλλαγή

Το επόμενο στάδιο της ανάλυσης αφορούσε την ομαδοποίηση των κωδικών με βάση τις ομοιότητες και τα κοινά χαρακτηριστικά τους. Αυτή η αφαιρετική διαδικασία ομαδοποίησης των κωδικών οδήγησε στον σχηματισμό χαμηλού επιπέδου κατηγοριών – εννοιών. Μετά την ομαδοποίηση και των χαμηλού επιπέδου κατηγοριών – εννοιών προέκυψαν οι ευρύτερες κατηγορίες που φαίνονται στον

παρακάτω πίνακα 2. Στην αριστερή στήλη παρουσιάζονται οι χαμηλού επιπέδου κατηγορίες – έννοιες που ομαδοποιήθηκαν για να προκύψουν οι ευρύτερες κατηγορίες, οι οποίες φαίνονται στη δεξιά στήλη.

*Πίνακας 2: Χαμηλού επιπέδου κατηγορίες – Ευρύτερες κατηγορίες*

Χαμηλού Επιπέδου Κατηγορίες - Έννοιες	Ευρύτερες Κατηγορίες
Γνωστικές στρατηγικές	Μαθησιακές Στρατηγικές
Μεταγνωστικές στρατηγικές	
Κοινωνικοσυναισθηματικές στρατηγικές	
Σχέση Εκπαιδευτικού - Μαθητή	Ρόλος Εκπαιδευτικού
Σχέση Εκπαιδευτικού - Δραστηριοτήτων	
Σχέση Εκπαιδευτικού - Λογισμικού	
Διερευνητική μάθηση	Θεωρίες μάθησης
Ενεργή συμμετοχή	
Συνεργασία μαθητών για τη χρήση του Η/Υ ή την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων	
Διδακτικές πρακτικές	
Συναισθήματα – Συμπεριφορά μαθητών	Στάσεις μαθητών
Ενδιαφέρον μαθητών	
Σχέση μαθητών με Η/Υ και Εκπαιδευτικό Λογισμικό	Συμβολή του εκπαιδευτικού λογισμικού στην εκπαιδευτική διαδικασία και αλληλεπίδραση με τους μαθητές
Εμπόδια και απαιτήσεις σχετικά με τη χρήση του Εκπαιδευτικού Λογισμικού	
Χρήση της λειτουργίας «Βοήθεια» που παρέχεται από το λογισμικό	
Προβλήματα με τα κείμενα και τις εκφωνήσεις των δραστηριοτήτων	
Ποιότητα και έκταση απαντήσεων	
Επίτευξη διδακτικών στόχων	Αξιολόγηση μαθησιακής επίδοσης
Μαθησιακές δεξιότητες	
Κατανόηση – Εννοιολογική Αλλαγή	
Μαθηματικές γνώσεις	

#### 4. Αποτελέσματα έρευνας

Από τις ευρύτερες κατηγορίες που προέκυψαν στην συγκεκριμένη εργασία επιλέχθηκε να παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που αφορούν στη συμβολή του

εκπαιδευτικού λογισμικού στην εκπαιδευτική διαδικασία και την αλληλεπίδρασή του με τους μαθητές και στην αξιολόγηση της μαθησιακής επίδοσης. Σύμφωνα με την ανάλυση που πραγματοποιήθηκε, η διαμεσολάβηση του λογισμικού για την κατανόηση των κλασματικών μονάδων, στα πλαίσια του διδακτικού σεναρίου, υπήρξε διευκολυντική και προώθησε σε ικανοποιητικό βαθμό τη σκέψη. Οι μαθητές έδειξαν ενδιαφέρον για τις λειτουργίες του λογισμικού, εξέφρασαν θετικά σχόλια και εκδήλωσαν μεγάλη προθυμία για τη χρήση του ποντικιού, ενδεικτικά είναι τα ακόλουθα αποσπάσματα: «P: A...a!..κάτσε, κάτσε (πάει να πάρει το ποντίκι). A: κοίτα, αν το βάλουμε, πως το είχα βάλει πριν. P: Όχι, όχι, μπορείς να το κάνεις και αλλιώς (του παίρνει το ποντίκι), που πήγε? A: Κοίτα Ρεα, κοίτα να δεις, βάλουμε αυτό εδώ, έτοιμα, βάζουμε αυτό εδώ και μας έχει σχηματιστεί...», «P: α, ωραίο είναι. A: εύκολο» (αναφέρεται στο λογισμικό). Η ανατροφοδότηση από το λογισμικό ήταν συχνή και βοηθούσε τους μαθητές να αναστοχάζονται και να αναπτύξουν τις γνωστικές τους δομές, αν και υπήρξαν δύο στιγμιότυπα στην πειραματική διαδικασία, όπου οι μαθητές αδιαφόρησαν για το μήνυμα λάθους που προέβλεπε το εκπαιδευτικό λογισμικό μετά την απάντηση που έδωσαν οι μαθητές, με αποτέλεσμα να μην αντιληφθούν το λάθος τους. Η εξοικείωση με το λογισμικό όλων των μαθητών που συμμετείχαν ήταν πολύ γρήγορη. Υπήρξαν βέβαια και κάποια εμπόδια και επιπλέον απαιτήσεις σχετικά με τη χρήση του λογισμικού. Κάποιες θρόνες δραστηριοτήτων δεν ήταν τόσο λειτουργικές, με αποτέλεσμα οι μαθητές να δυσανασχετούν («P: το πράσινο τμήμα... P: ανέβα λίγο να το δούμε το πράσινο. A: Γιατί? P: Γιατί δεν το βλέπεις καλά. A: μμμ, ναι, ωχ...μπορούμε να τα βλέπουμε καλύτερα από το χαρτί; (αναφέρεται στο γραπτό φύλλο εργασίας)) και για την εκτέλεση κάποιων δραστηριοτήτων οι μαθητές χρειάστηκαν τις λειτουργίες της περιστροφής, της αναστροφής και της αναίρεσης, οι οποίες όμως δεν παρέχονταν από το εκπαιδευτικό λογισμικό («Γ: ωχ! Πως το κάνουμε ανάποδα?, «A: πρέπει να το γυρίσω κιάλας ή όχι? », «A: και πως σβήνει η γραμμή?»). Χαρακτηριστική ήταν η απροθυμία των μαθητών να χρησιμοποιήσουν τη βοήθεια που έδινε το λογισμικό, όπως φαίνεται και στο διάλογο: «Z: έχετε τη δυνατότητα να βοηθηθείτε από τη βοήθεια που έχει στο τέλος της σελίδας κάτω αριστερά. P: όχι δε θέλουμε τώρα. A: δε θέλουμε βοήθεια». Η ερευνήτρια παρακινούσε τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν τη βοήθεια σε κάθε δραστηριότητα που συναντούσαν δυσκολία και μόνο μία φορά το δεύτερο ζευγάρι άνοιξε το παράθυρο της βοήθειας χωρίς να προηγηθεί προτροπή από την ερευνήτρια. Η απροθυμία τους να χρησιμοποιήσουν τη βοήθεια οφείλεται σε ένα βαθμό στην κακή σχεδίασή της. Στο παράθυρο της βοήθειας άνοιγε ένα κείμενο του word, με σχετικά μικρή γραμματοσειρά, αρκετά κουραστικό στην ανάγνωση. Οι δυνατότητες για αλληλεπίδραση, διερεύνηση και πειραματισμό που παρείχαν ουσιαστικά τα applets, αύξησαν το ενδιαφέρον των μαθητών για τις δραστηριότητες, αλλά είχαν ως συνέπεια και την αδιαφορία τους για τα κείμενα των εκφωνήσεων, με αποτέλεσμα οι μαθητές να αδυνατούν να προχωρήσουν στην επίλυση του προβλήματος, καθώς με το άνοιγμα της σελίδας εστίαζαν αμέσως στο applet και παραμελούσαν την εκφώνηση, οπότε και δεν γνώριζαν τι έπρεπε να κάνουν. Σε ότι αφορά την μαθησιακή επίδοση, από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψαν συμπεράσματα σχετικά με την ποιότητα και την έκταση των απαντήσεων των μαθητών, την επίτευξη των διδακτικών στόχων



της διδακτέας ύλης, τις μαθησιακές δεξιότητες των μαθητών, το βαθμό κατανόησης και την εννοιολογική αλλαγή, όπου αυτή επιτεύχθηκε και τις μαθηματικές γνώσεις που είχαν ή απέκτησαν οι μαθητές. Σε ό,τι αφορά τις απαντήσεις των μαθητών παρατηρήθηκε αλλαγή στην ποιότητα και την έκτασή τους καθώς εργάζονταν βάσει των δραστηριοτήτων. Ενώ στην αρχή οι απαντήσεις ήταν μονολεκτικές, στην πορεία άρχισαν να δίνονται περισσότερες επεξηγήσεις βάσει των σχηματικών αναπαραστάσεων που χρησιμοποιούσαν οι μαθητές στις περισσότερες δραστηριότητες.

Σχετικά με την επίτευξη των διδακτικών στόχων προέκυψε ότι σχεδόν σε όλες τις δραστηριότητες οι στόχοι κατακτήθηκαν και από τους τέσσερις μαθητές, άλλοι με ευκολία και άλλοι έπειτα από διάλογο και με την ερευνήτρια. Η επίτευξη κάποιων στόχων φαίνεται και στα ακόλουθα αποσπάσματα: «Α: γράφε, την περισσότερη πίτσα, την έφαγε ο Κώστας) γιατί το  $1/3$  είναι μεγαλύτερο από το  $1/4$ » ( επίτευξη διδακτικού στόχου σύγκρισης κλασμάτων), «Α: α, δύο, οπότε θα πάρουμε μετά το  $1/3$  και ένα από αυτά, Α:! άρα το 1 θα είναι  $1/2$  και  $1/3$  και  $1/6$ » (επίτευξη διδακτικού στόχου σύνθεσης της μονάδας). Είναι άξιο αναφοράς ότι οι μαθητές προτίμησαν αριθμητικές λύσεις στα προβλήματα που εμπειρείχαν σχεδίαση και όχι γεωμετρική λύση. Για παράδειγμα στη δραστηριότητα που δίνονταν ένα ορθογώνιο και το ζητούμενο ήταν να σχεδιαστούν δύο άλλα ορθογώνια που να είναι ίσα με το  $1/2$  και το  $1/3$  του αρχικού, κανένα ζεύγος μαθητών δε χώρισε το ορθογώνιο χρησιμοποιώντας μία ή δύο γραμμές σε δύο ή τρία ίσα μέρη αντίστοιχα. Αντιθέτως, και τα δύο ζεύγη μαθητών χρησιμοποιώντας ένα τετράγωνο πλέγμα μέτρησαν από πόσα τετραγωνάκια αποτελούνταν το αρχικό ορθογώνιο και διαίρεσαν με το 2 και το 3 αντίστοιχα για να βρουν από πόσα τετραγωνάκια θα αποτελούνται τα ζητούμενα σχήματα. Σε πολλά στιγμιότυπα των διδασκαλιών δίνονται σωστές λύσεις και αναλυτικές επεξηγήσεις. Υπήρξε ανάδειξη των κλασικών παρανοήσεων που σχετίζονται με την κατανόηση των κλασματικών μονάδων, τα στιγμιότυπα όμως που ακολούθησαν αποδεικνύουν ότι επιτεύχθηκε εννοιολογική αλλαγή. Ενδεικτικά παρατίθενται κάποια από τα αποσπάσματα που οδήγησαν στα προηγούμενα συμπεράσματα: «Π: α...το κατάλαβα, πρέπει να το χωρίσουμε σε 3 ίσα μέρη», «Ζ: δηλαδή αν ήταν ένα άλλο παιδί και είχε φάει το  $1/8$ , θα είχε φάει περισσότερο ή λιγότερο από τα παιδιά? Γ: πολύ λιγότερο», «Α: τώρα λέει, ποιο από τα κλάσματα  $1/2$  και  $1/3$  είναι μεγαλύτερο? Ρ: ε, εντάξει εύκολο, είναι το  $1/3$ . Α:...μμ...προφανώς», «Π: α.α.α.α!!!! το μικρότερο είναι το  $1/3$  γιατί είναι χωρισμένο σε μικρότερα κομμάτια!». Τέλος, από την ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών στο αρχικό και τελικό ερωτηματολόγιο, παρατηρήθηκε ότι όλοι οι μαθητές βελτίωσαν το πλήθος των σωστών απαντήσεών τους, με δύο μαθητές να έχουν σωστές όλες τις απαντήσεις στο τελικό ερωτηματολόγιο.

## 5. Συμπεράσματα

Η φύση της παρούσας έρευνας – μελέτης περίπτωσης- δεν επιτρέπει γενικευμένα συμπεράσματα. Ωστόσο αξίζει να σημειωθεί ότι μέσω της διδασκαλίας με τη χρήση του συγκεκριμένου λογισμικού προωθήθηκε η διερευνητική μάθηση και η ενεργός

συμμετοχή των μαθητών στην εκπαιδευτική διαδικασία. Οι μαθητές δοκίμασαν τις υποθετικές σκέψεις τους, πειραματίστηκαν, επαλήθευσαν τα δεδομένα και τις απαντήσεις τους, διαπίστωσαν κανονικότητες, έκαναν διαδικασίες προοδευτικών κατασκευών που υποστηρίζονται από το λογισμικό και οδήγησαν σε καλύτερη κατανόηση. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού διαφοροποιήθηκε, αναγκαία προϋπόθεση είναι βέβαια η επιμόρφωσή του τόσο στη χρήση του λογισμικού, όσο και στον σχεδιασμό κατάλληλων παιδαγωγικών δραστηριοτήτων. Τέλος, η λειτουργία του λογισμικού σε αρκετά σημεία ήταν προβληματική, παρατήρηση που καθιστά επιβεβλημένη την σχεδιαστική του βελτίωση.

### **Βιβλιογραφία**

- Allan, G. (2003). A critique of using grounded theory as a research method. *Electronic Journal of Business Research Methods*, 2(1), 1-10.
- Biddlecomb, B., & Whitmire, B. (1992). Microworlds of Children's Construction of Rational Numbers of Arithmetic. *Mathematics Educator*, 3(2), 15-21.
- Cohen, L., & Manion, L. (1994). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας* (2 ed.). Αθήνα : Μεταίχμιο.
- Gentile, K., Clements, D., & Battista, M. (1994). Effects of computer environments on students' conceptualization of geometric motions. *Journal of Educational Computing Research*, 11, 121-140.
- Glaser, B., & Strauss, A. (1967). *The Discovery of Grounded Theory* (1 ed.). New York: Aldine.
- Γαγάτσης, Α., Μιχαηλίδου, Ε., Σιακαλλή, Μ. (2001). *Θεωρίες Αναπαράστασης και Μάθηση των Μαθηματικών*. Λευκωσία: Πανεπιστήμιο Κύπρου, ERASMUS IP.
- Κόμης, Β. (2004). *Εισαγωγή στις εκπαιδευτικές εφαρμογές των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών*. Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Olive, J. (2000). Computer tools for interactive mathematical activity in the elementary school. *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5: 241-262.
- Sandholtz, J. H., Ringstaf, C., & Dwyer, D. C. (1997). *Teaching with technology: Creating student-centred classrooms*. New York: Teachers College Press
- Van de Walle, J. A. (2007). *Διδάσκοντας μαθηματικά : για δημοτικό και γυμνάσιο : μια αναπτυξιακή διαδικασία*. Αθήνα: Επίκεντρο.
- Zbiek, M. (1998). Prospective teachers' use of computing tools to develop and validate functions as mathematical models. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 184-201