

## Η εμπειρία μας χτίζοντας ένα σενάριο στα μαθηματικά

**Βατιμπέλας Πέτρος<sup>1</sup>, Μάρη Μαρία<sup>2</sup>, Μπαρκούζος Ενάγγελος<sup>3</sup>,  
Παπάς Ενάγγελος<sup>4</sup>, Χατσίδου Αφροδίτη<sup>5</sup>, Ιατρίδου Μαρία<sup>6</sup>**

<sup>1</sup> Εκπαιδευτικός Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης Ν. Κυκλάδων  
[batimpelas@sch.gr](mailto:batimpelas@sch.gr)

<sup>2</sup> Εκπαιδευτικός Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης Ν. Αιτωλοακαρνανίας  
[vonitsa2005@yahoo.gr](mailto:vonitsa2005@yahoo.gr)

<sup>3</sup> Εκπαιδευτικός Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης Ν. Πρεβέζης  
[empark@otenet.gr](mailto:empark@otenet.gr)

<sup>4</sup> Εκπαιδευτικός Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης Ν. Άρτης  
[papasvg@otenet.gr](mailto:papasvg@otenet.gr)

<sup>5</sup> Εκπαιδευτικός Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης Ν. Ιωαννίνων  
[afroxa@sch.gr](mailto:afroxa@sch.gr)

<sup>6</sup> Εκπαιδευτικός Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης Ν. Ιωαννίνων  
[maria\\_thoma@hotmail.com](mailto:maria_thoma@hotmail.com)

### Περίληψη

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται η εμπειρία πέντε εκπαιδευτικών που παρακολούθησαν την επιμόρφωση Β' επιπέδου του ΠΑΚΕ Ιωαννίνων. Στη διάρκεια της επιμόρφωσης κλήθηκαν να αποκτήσουν γνώσεις και δεξιότητες για την παιδαγωγική αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας (ΤΠΕ) στη διδασκαλία του γνωστικού τους αντικειμένου που είναι τα μαθηματικά. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται η εμπειρία τους στο σχεδιασμό σεναρίου για την προσέγγιση της έννοιας της ομοιοθεσίας με τη χρήση του λογισμικού SketchPad από μαθητές Γ' Γυμνασίου. Παράλληλα αναδεικνύονται σημαντικά σημεία θετικής, αλλά και αρνητικής κριτικής απέναντι στα εργαλεία και πρακτικές που ενσωματώνουν τις ΤΠΕ στην καθημερινή διδακτική πρακτική.  
**Λέξεις κλειδιά:** *σενάριο, ομοιοθεσία, SketchPad.*

## 1. Εισαγωγή

Στο πλαίσιο της επιμόρφωσης επιμορφωτών στις ΤΠΕ του ΠΑΚΕ Ιωαννίνων, δύο καθηγήτριες και τρεις καθηγητές μαθηματικών Β/θμιας εκπαίδευσης έπρεπε να ετοιμάσουμε σενάριο της επιλογής μας στο περιβάλλον δυναμικής Γεωμετρίας sketchpad. Επιλέχτηκε το κεφάλαιο Ομοιοθεσία της Γ' Γυμνασίου. Στην αρχή θα παρουσιάσουμε πως εργαστήκαμε σαν ομάδα για τη διαμόρφωση του σεναρίου. Μετά θα αναλύσουμε το σενάριο και τέλος θα σχολιάσουμε την όλη διαδικασία.

## 2. Διαμόρφωση της ομάδας

Στις πρώτες συναντήσεις ήμασταν επιφυλακτικοί και «κλειστοί». Όμως όλοι νοιώσαμε την ανάγκη να συνταιριάσουμε:

- Τις απαιτήσεις του αναλυτικού προγράμματος
- Τις συνθήκες της συνήθους τάξης του δημόσιου σχολείου (έλλειψη σε υποδομές των ΤΠΕ, περιορισμένος χρόνος).
- Τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας (δασκαλοκεντρικό πρότυπο, περιορισμένα εποπτικά μέσα).
- Τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης (κονστрукτιβισμός, ανακαλυπτική συνεργατική μάθηση).
- Τη χρήση των ΤΠΕ στην τάξη.
- Τη μετάβαση από τον δασκαλοκεντρικό τρόπο διδασκαλίας στον μαθητοκεντρικό.
- Την ετοιμασία ενός σεναρίου σύμφωνα με τις νέες γνώσεις που αποκτήθηκαν.

Η πίεση του ελάχιστου διαθέσιμου χρόνου μας οδήγησε πολύ σύντομα να λειτουργήσουμε και να οργανωθούμε σε ομάδα. Οι εμπειρίες και οι δεξιότητες του καθενός τέθηκαν στη διάθεση όλων. Ένας είχε μεγαλύτερη εμπειρία και άνεση χρήσης των λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας από τους υπόλοιπους. Κανείς μας δεν τα είχε χρησιμοποιήσει διδακτικά στην τάξη του και επί πλέον ήταν η πρώτη φορά που ερχόμασταν σε επαφή με έννοιες όπως σενάριο και χρήση των ΤΠΕ στην τάξη. Κάθε μέλος της ομάδας πρότεινε να αναλάβει τη μεταφορά στο περιβάλλον Sketchpad κατάλληλη ύλη από το κεφάλαιο της ομοιοθεσίας και να

τεκμηριώσει θεωρητικά την επιλογή του. Σε κοινή συνάντηση της ομάδας ο καθένας παρουσίαζε την ατομική του προσπάθεια και όλοι μαζί εργαστήκαμε ως εξής:

Με τη βοήθεια βιντεοπροβολέα παρουσιάζαμε ένα-ένα τα αρχεία που είχε συνεισφέρει ο καθένας και σχολιάζαμε. Ένας είχε αναλάβει την πληκτρολόγηση των αλλαγών που εκείνη τη στιγμή συμφωνούσαμε. Συγχρόνως όλοι είχαμε πρόσβαση στο διαδίκτυο σε περίπτωση που χρειαζόταν να προσφύγουμε για οποιαδήποτε βοήθεια ή για να αντλήσουμε υλικό από τις σελίδες του ΙΤΥ ή του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου. Η διαδικασία της μεταξύ μας κριτικής συζήτησης ήταν εξαιρετικά γόνιμη και η συνεισφορά των υπεύθυνων επιμορφωτών πολύ σημαντική.

Παρά τις θεωρητικές γνώσεις που αποκτήσαμε το ερώτημα για την εφαρμογή όλων αυτών στην τάξη παρέμενε. Παράλληλα με τη διαμόρφωση του αντίστοιχου σεναρίου, διαπιστώθηκε ότι υπάρχει προβληματισμός όσον αφορά την εφαρμογή των ΤΠΕ και των σύγχρονων μεθόδων διδασκαλίας στην τάξη και το πώς όλα αυτά μπορούν να συνταιριαστούν σε ένα σενάριο διδασκαλίας. Μας παρουσιάστηκαν δύο δομές σεναρίων, η μία των Δαγδιέλη και Παπαδόπουλου (2008) και η άλλη, αυτή που επιλέξαμε, του Κυνηγού (2006). Μας ενδιέφερε ιδιαίτερος να είναι το σενάριο πρακτικό και εφαρμόσιμο σε μια συνηθισμένη τάξη. Επιπλέον για να είναι πραγματοποιήσιμο θεωρήσαμε σκόπιμο να ακολουθήσουμε τη δομή του κεφαλαίου «ομοιοθεσία», όπως αυτή παρουσιάζεται στο σχολικό βιβλίο (ΟΕΔΒ, 2007).

Όταν καταλήξαμε στην τελική μορφή του σεναρίου πειραματιστήκαμε σχετικά με την εφαρμοσιμότητά του στην τάξη. Για το λόγο αυτό επιλέξαμε μια από τις δραστηριότητες του σεναρίου να την εφαρμόσουμε σε συνθήκες κανονικής τάξης. Ένα από τα μέλη της ομάδας, μας δέχτηκε στην τάξη του. Ένα άλλο μέλος ανέλαβε να το υλοποιήσει και τα υπόλοιπα μέλη ήταν παρατηρητές. Μετά την εφαρμογή ακολούθησε σχολιασμός και συζήτηση. Στη συνέχεια ακολούθησε επανασχεδιασμός του σεναρίου με βάση τις βελτιώσεις που προτάθηκαν. Σημειώνεται ότι η τελική αίσθηση όλων, μαθητών και καθηγητών, ήταν ότι οι νέες τεχνολογίες μπορεί να αλλάξουν τη ρουτίνα της τάξης και να αποβούν σε ένα εργαλείο δημιουργικότητας παραγωγικότητας και αυτενέργειας των μαθητών.

### 3. Ανάπτυξη σεναρίου

#### 3.1 Επιλογή λογισμικού

Η επιλογή του λογισμικού Sketchpad έγινε στο πλαίσιο της υποχρέωσης να ετοιμάσουμε ένα σενάριο κατά τη διαδικασία της επιμόρφωσής μας στις ΤΠΕ.

Έχοντας ως δεδομένο τη χρήση του Sketchpad αναζητήσαμε ως πρόσφορο κεφάλαιο την ομοιοθεσία από την ύλη της Γ΄ Γυμνασίου. Ένα θέμα από τα μαθηματικά επιλέγεται ως αντικείμενο διδασκαλίας για έναν ή για περισσότερους από τους παρακάτω λόγους: γιατί είναι σημαντικό στο πλαίσιο μιας γενικότερης μαθηματικής δομής, γιατί αποτελεί εργαλείο ερμηνείας και κατανόησης καταστάσεων από την πραγματική ζωή, γιατί έχει ισχυρές διεπιστημονικές προεκτάσεις, γιατί αποτέλεσε σημαντική στιγμή στην εξέλιξη της μαθηματικής επιστήμης. Το θέμα της ομοιοθεσίας που επιλέχθηκε καλύπτει όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις. Η περίπτωση της ομοιοθεσίας ανήκει στο ευρύτερο εννοιολογικό πεδίο των πολλαπλασιαστικών δομών, σύμφωνα με την αντίστοιχη θεωρία του Vergnaud (1998, 2004). Επιπλέον συναντιέται συχνά στην καθημερινή ζωή: τα φωτοτυπικά μηχανήματα παράγουν εικόνες υπό μεγέθυνση και σμίκρυνση, οι μαθητές έχουν την άνεση να μεταβάλλουν τις διαστάσεις αντικειμένων σε οθόνη, αντικείμενα της καθημερινότητας εμφανίζονται σε σμίκρυνση υπό μορφή μοντέλων. Γενικά η έννοια της κλίμακας είναι κάτι που οι μαθητές συναντούν σε καθημερινή βάση. Άλλωστε είναι γνωστό από την ιστορία των μαθηματικών ότι η μέτρηση του ύψους της πυραμίδας από το Θαλή αποτέλεσε κομβικό σημείο για τη συγκρότηση του θέματος της ομοιότητας. Αλλά και πέρα από τον χώρο των μαθηματικών η ομοιοθεσία συναντιέται σε μεγάλο βαθμό στο χώρο της τέχνης (χαρακτηριστικές περιπτώσεις οι πίνακες του Durer και του Da Vinci). Επιπλέον στο χώρο της αρχιτεκτονικής η περίπτωση της χρυσής τομής αποτέλεσε μαθηματικό εργαλείο κατασκευής σημαντικών ιστορικών μνημείων.

#### 3.2 Σκεπτικό της δραστηριότητας

**Καινοτομίες.** Δουλεύοντας με το περιβάλλον δυναμικής Γεωμετρίας sketchpad δίνεται η δυνατότητα στα σχήματα να μεγαλώνουν ή να μικραίνουν αυτόματα σε μέγεθος με τη χρήση είτε ενός καθορισμένου λόγου είτε με την επιλογή της αυξομείωσης από το μενού *μετασχηματισμός*. Έτσι δίνεται η δυνατότητα στους χρήστες-μαθητές να πειραματισθούν, να εικάσουν, να δοκιμάσουν και διαισθητικά να αντιληφθούν τις έννοιες που εισάγονται. Αυτό θα αποτελέσει αργότερα σε μεγαλύτερες τάξεις έναυσμα για περαιτέρω μελέτη και εμβάθυνση των εννοιών αυτών.

**Προστιθέμενη αξία.** Οι μαθητές αναμένεται να συνειδητοποιήσουν ότι τα μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο διερεύνησης με το οποίο ο καθένας μπορεί να πειραματιστεί και να καταλήξει σε

συμπεράσματα που θα οδηγήσουν στη γνώση. Θα έρθουν σε επαφή οι μαθητές με το περιβάλλον του λογισμικού, θα ασχοληθούν με αυτό και μέσα από συγκεκριμένες δράσεις οι οποίες δεν μπορούν να υλοποιηθούν με τα συμβατικά αναπαραστασιακά μέσα (δυνατότητες αυξομειώσης μεγεθών), θα εξοικειωθούν και θα αποκτήσουν δεξιότητες χειρισμού του λογισμικού αλλά και γενικότερα δεξιότητες χειρισμού του Η/Υ. Εξάλλου η εργασία των μαθητών σε ομάδες και η συνεργασία μεταξύ τους θα συμβάλει στη στάση τους απέναντι στη μάθηση. Οι μαθητές δεν θα είναι πλέον παθητικοί δέκτες αλλά ενεργοί και συμμετέχοντες στην απόκτηση γνώσης.

**Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα.** Μέσα από τις εργασίες του Piaget έγινε κατανοητό ότι οι μαθητές διαμορφώνουν θεωρίες για καταστάσεις και φαινόμενα πολύ πριν διδαχθούν τις σχετικές έννοιες σε σχολικό επίπεδο. Αυτές οι θεωρίες, «θεωρήματα στην πράξη» Vergnaud (2004), χαρακτηρίζονται πολλές φορές από το περιορισμένο πεδίο εφαρμογής τους, κάτι που οδηγεί σε αυτό που οι εκπαιδευτικοί χαρακτηρίζουν ως λάθη ή παρανοήσεις. Σχετικά με την ομοιότητα, κάποιες από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές προκύπτουν στην προσπάθειά τους να εφαρμόσουν την καθημερινή τους εμπειρία στη γεωμετρία ως σχολικό αντικείμενο. Για παράδειγμα, οι λέξεις «όμοιος» και «ομοιότητα» χρησιμοποιούνται στην γεωμετρία διαφορετικά από ότι στην καθημερινή ζωή. Στην καθημερινή χρήση, όλα τα τρίγωνα είναι όμοια γιατί είναι ...τρίγωνα (όλα έχουν τρεις πλευρές και τρεις γωνίες) όχι όμως και στη γεωμετρία. Τέσσερις βασικές δυσκολίες σε σχέση με την ομοιότητα έχουν παρατηρηθεί στη βιβλιογραφία.

Οι μαθητές πιστεύουν ότι η αθροιστική αύξηση των πλευρών ενός επιπέδου σχήματος δημιουργεί όμοια προς το αρχικό επίπεδα σχήματα (Van de Walle J., 2005). Μια δεύτερη δυσκολία αφορά την αντίληψη ότι ο λόγος όμοιων σχημάτων είναι και λόγος των αντίστοιχων εμβαδών τους. Οι μαθητές συγχέουν την ομοιότητα με την διάσταση. Εκπλήττονται από το γεγονός ότι η περιοχή που περικλείεται από τις πλευρές δεν αυξάνεται με τον ίδιο λόγο που αυξάνονται οι πλευρές. Επίσης, εμφανίζουν δυσκολίες στην αναγνώριση όμοιων σχημάτων που περιέχονται σε ένα μεγαλύτερο σχήμα, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση που πρέπει να αναγνωρίσουν όμοια τρίγωνα σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο του οποίου έχουμε χαράξει το ύψος προς την υποτείνουσα (Hart, 1981). Μια τέταρτη δυσκολία έγκειται στη διάκριση μεταξύ όμοιων και ίσων σχημάτων. Δεδομένου ότι τα ίσα σχήματα είναι όμοια, πολλοί μαθητές πιστεύουν ότι ισχύει και το αντίστροφο.

**Θεωρητικό πλαίσιο.** Η διδασκαλία της έννοιας της ομοιοθεσίας όπως αυτή παρουσιάζεται στο συγκεκριμένο σενάριο, φιλοδοξεί να παρακάμψει μια παραδοσιακή διδασκαλία υλοποίησης διδακτικών οδηγιών και να προσανατολίσει τους μαθητές σε επαγωγικούς και παραγωγικούς συλλογισμούς διευκολύνοντας την κατανόηση εννοιών. Το σενάριο εισάγει και χρησιμοποιεί ως εργαλείο παρουσίασης και ως εκπαιδευτικό μέσο το λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας sketchpad. Το βασικό χαρακτηριστικό αυτού του λογισμικού είναι ότι μπορεί να πραγματοποιήσει σε πραγματικό χρόνο συνεχείς μετασχηματισμούς γεωμετρικών αντικειμένων. Αυτό επιτρέπει στους χρήστες, αφού κάνουν μια κατασκευή, να κινήσουν ορισμένα στοιχεία του σχήματος ελεύθερα και να παρατηρήσουν άλλα στοιχεία του σχήματος που αποκρίνονται δυναμικά σε αυτές τις αλλαγές. Παράλληλα η επιλογή του στοχεύει και στη δημιουργία ευκαιριών εμπλοκής των μαθητών σε διαδικασίες αυτενεργούς κατασκευής μαθηματικών νοημάτων.

Τελικός σκοπός είναι ο μαθητής να μπορέσει να διαπραγματευτεί την έννοια της ομοιοθεσίας ανεξάρτητα από την αναπαράσταση του συγκεκριμένου σχήματος που έχει στην οθόνη. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να επιτύχει να δρα ταυτόχρονα εμπειρικά και διαισθητικά. Αξιοποιώντας τις πληροφορίες από την αναπαράσταση του σχήματος που έχει μπροστά του να περάσει σε θεωρητικό επίπεδο και να αποστασιοποιηθεί από τις εμπειρικές και διαισθητικές αντιλήψεις που αναπτύσσει από αυτή την συγκεκριμένη εικόνα. Στο σενάριο που ετοιμάστηκε, το περιβάλλον του sketchpad είναι δυνατόν να καλύψει το πρώτο μέρος που αφορά την εμπειρική διαισθητική προσέγγιση εννοιών. Το δεύτερο μέρος επιχειρείται να προσεγγισθεί μέσω της ενεργούς εμπλοκής των μαθητών στη διαδικασία μάθησης και μέσω της συνεργασίας τους σε ομάδες. Επιδιώξαμε το σενάριο να κινείται στα πλαίσια της ομαδοσυνεργατικής διερευνητικής μάθησης.

### 3.3 Πλαίσιο εφαρμογής

**Σε ποιους απευθύνεται.** Σε μαθητές Γ΄ Γυμνασίου, Α΄ και Β΄ Λυκείου.

**Χρόνος υλοποίησης.** Απαιτούνται δώδεκα (12) διδακτικές ώρες.

**Χώρος υλοποίησης.** Το σχολικό εργαστήριο υπολογιστών.

**Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών.** Πολλαπλασιασμός αριθμού επί ευθύγραμμο τμήμα, χωρισμός ευθυγράμμου τμήματος σε ίσα τμήματα, λόγος ευθυγράμμων τμημάτων, έννοια της παραλληλίας καθώς και σύγκριση γωνιών και ευθυγράμμων τμημάτων.

**Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία.** 1) Οδηγίες από τον εκπαιδευτικό για τη χρήση βασικών λειτουργιών του λογισμικού sketchpad. 2) Τα εγχειρίδια χρήσης του λογισμικού. 3) Φύλλα εργασίας με στόχο την καθοδήγηση των μαθητών στη διερεύνηση του θέματος. 4) Οι μαθητές έχουν τετράδιο για να καταγράφουν την πορεία της διερεύνησης και τα συμπεράσματά τους.

**Κοινωνική ενσχυρήστρωση της τάξης.** Οι μαθητές εργάζονται σε ζεύγη με ρόλους που εναλλάσσονται όπου ένας αναλαμβάνει να αλληλεπιδρά με το λογισμικό χρησιμοποιώντας το ποντίκι ενώ ο άλλος καταγράφει τις συμφωνημένες ενέργειες. Η συνεργασία στοχεύει στη διερεύνηση, στον πειραματισμό και τη συζήτηση σχετικά με την δραστηριότητα. Ο εκπαιδευτικός παρακολουθεί την εργασία τους, εμψυχώνει, καθοδηγεί χωριστά κάθε ζευγάρι και όλους μαζί στη διερεύνηση της δραστηριότητας. Συντονίζει τις ομάδες, συνοψίζει, συνθέτει και ανακοινώνει τα αποτελέσματα των εργασιών.

**Στόχοι της δραστηριότητας.** Στην περιοχή της ομοιοθεσίας και ομοιότητας σχημάτων σε περιβάλλον sketchpad, δίνεται στους μαθητές η ευκαιρία να παρατηρήσουν πώς αυξομειώνονται τα σχήματα και ποιες ιδιότητες διέπουν αυτές τις μεταβολές. Οι μαθητές αναμένεται να μπορέσουν μέσω του δυναμικού χειρισμού του sketchpad να παρατηρήσουν τις μεταβολές που υφίστανται τα δεδομένα σχήματα. Συγκεκριμένα πώς μεταβάλλονται οι πλευρές, οι γωνίες τους, το εμβαδόν τους και ο λόγος των αντίστοιχων πλευρών των ομοιοθետων σχημάτων. Επίσης τους δίνεται η δυνατότητα να εικάζουν, να ελέγχουν τα συμπεράσματά τους και να τα ανασκευάζουν αν είναι απαραίτητο. Συνοπτικά οι μαθητές θα πρέπει να εισαχθούν στην έννοια της ομοιοθεσίας σχημάτων (μεγέθυνση – σμίκρυνση), να εξοικειωθούν με την ορολογία και με στοιχειώδεις κατασκευές, να αναγνωρίζουν όμοια και ανόμοια σχήματα και να περιγράφουν τις ιδιότητες όμοιων σχημάτων. Σύμφωνα με τα παραπάνω λοιπόν διατυπώνονται οι παρακάτω:

**Διδακτικοί στόχοι:** Οι μαθητές πρέπει

- Να μάθουν να βρίσκουν το ομοιόθετο ενός σημείου με κέντρο  $O$  και λόγο  $\lambda$  έναν θετικό αριθμό, ώστε να μπορούν να βρίσκουν στη συνέχεια το ομοιόθετο οποιουδήποτε γεωμετρικού σχήματος και να συνδέουν την έννοια της ομοιοθεσίας με την έννοια της ομοιότητας.
- Να γνωρίζουν ότι η τιμή του  $\lambda$  καθορίζει αν το ομοιόθετο ενός σχήματος είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση και πώς τα εμβαδά σχετίζονται με τον παραπάνω λόγο.
- Να αναγνωρίζουν αν δύο σχήματα είναι ή δεν είναι ομοιόθετα, προσδιορίζοντας το κέντρο και το λόγο ομοιοθεσίας τους.
- Να συνειδητοποιήσουν ότι το ομοιόθετο ενός σχήματος, αφού είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνσή του, έχει την ίδια μορφή με το αρχικό.
- Να αξιοποιούν την ομοιοθεσία (ομοιότητα) για την ανάδειξη παραλληλίας ευθυγράμμων τμημάτων και ομοιότητας πολυγώνων.

**Κοινωνικο-πολιτισμικοί στόχοι:**

Οι μαθητές πρέπει να αποκτήσουν θετική στάση για τη συνεργασία με τους συμμαθητές τους και να μάθουν να αμφισβητούν, να διερευνούν και να ανακαλύπτουν τη γνώση μέσα από διάφορες δραστηριότητες.

**Στόχοι που αφορούν τη χρήση των εργαλείων:** Αναδεικνύοντας τη χρήση του sketchpad ως εργαλείου παρουσίασης και παραγωγικότητας οι μαθητές εξοικειώνονται με τη χρήση της τεχνολογίας των υπολογιστών στην καθημερινή διδακτική και μαθησιακή τους πορεία.

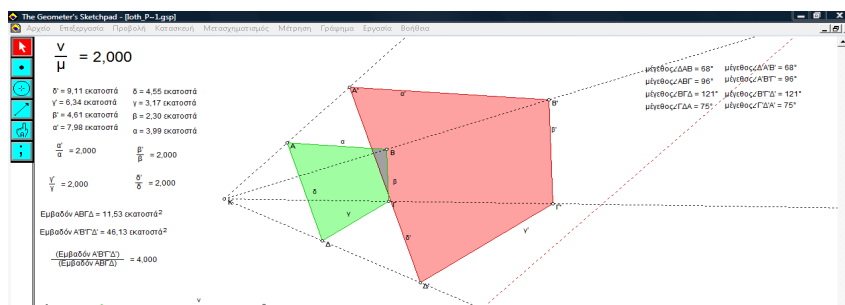
### 3.4 Ανάλυση της δραστηριότητας

Η διαδικασία εφαρμογής του σεναρίου προγραμματίστηκε για να ολοκληρωθεί σε τρεις φάσεις.

**1<sup>η</sup> φάση.** Δίνονται στους μαθητές δυο αρχεία που περιέχουν έτοιμα σχεδιασμένα με το λογισμικό Sketchpad, τα ομοιόθετα σημείου, ευθυγράμμου τμήματος, γωνίας, κύκλου και πολυγώνου. Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα μετακινώντας σημεία και ευθύγραμμα τμήματα, να διαπιστώνουν ότι τα ομοιόθετα ευθύγραμμα τμήματα είναι παράλληλα, οι ομοιόθετες γωνίες είναι ίσες και ο λόγος των ομοιόθετων τμημάτων είναι σταθερός και ακόμη ότι ο λόγος ομολόγων πλευρών και περιμέτρων ομοιόθετων πολυγώνων είναι σταθερός και σχετίζεται με τη μεγέθυνση και σμίκρυνση. Τέλος, στους μαθητές δίνονται τα αντίστοιχα φύλλα εργασίας με δραστηριότητες που διδακτικά εξυπηρετούν τους στόχους του σεναρίου.

Το φύλλο 1 έχει δύο δραστηριότητες. Στην πρώτη στόχος είναι η προσέγγιση του ορισμού της ομοιοθεσίας. Δίνεται τετράπλευρο και ζητείται από τους μαθητές να το ονομάσουν, να μετρήσουν τις πλευρές του και να σχεδιάσουν με κέντρο ένα σημείο, το ομοιόθετο του τετραπλεύρου με λόγο ομοιοθεσίας  $\lambda=2$ . Στο σημείο αυτό οι μαθητές δεν γνωρίζουν ακόμα την έννοια της ομοιοθεσίας και η κατασκευή γίνεται με οδηγίες που δίνονται στο φύλλο εργασίας, ώστε τελικά να φτάσουν με κατάλληλα ερωτήματα στη διατύπωση του ορισμού της ομοιοθεσίας και του ρόλου που παίζει ο λόγος ομοιοθεσίας.

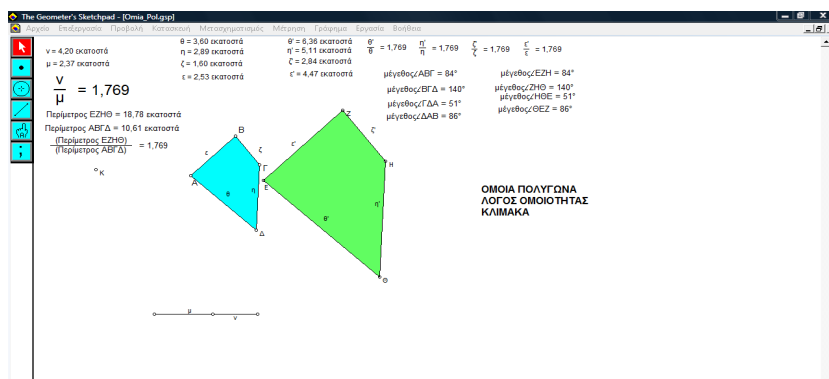
Στη δεύτερη δραστηριότητα οι μαθητές εξασκούνται στο χαρτί να σχεδιάζουν τα ομοιόθετα βασικών σχημάτων (σημείο, ευθύγραμμο τμήμα, γωνία, κύκλος). Θα ανοίξουν επίσης το αρχείο «**OM.BΑΣ.ΣΧΗΜ.gsp**» στο οποίο με την μετακίνηση των κέντρων ομοιοθεσίας των σχημάτων διαπιστώνουν ότι σε κάθε περίπτωση ο λόγος ομοιοθεσίας παραμένει σταθερός κάτι που δε μπορούσαν να δουν προηγουμένως. Για εμπέδωση της νέας γνώσης δίνονται δύο εφαρμογές. Το φύλλο 2 έχει μια δραστηριότητα που αφορά την ομοιοθεσία πολυγώνου. Οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο «**omioth\_pol.gsp**» από το φάκελο «ομοιοθεσία» όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1: αρχείο «omioth\_pol.gsp»

Στην οθόνη φαίνεται κατασκευασμένο τετράπλευρο ΑΒΓΔ με τυχαίες πλευρές. Από εξωτερικό σημείο Κ φέρνουμε ημιευθείες ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ και παίρνουμε τα τμήματα ΚΑ' = 2ΚΑ, ΚΒ' = 2ΚΒ, ΚΓ' = 2ΚΓ και Κ'Δ = 2ΚΔ. Ο συντελεστής 2 παριστάνεται με τον λόγο ν/μ, που αλλάζουμε σύροντας ανάλογα τα τμήματα μ, ν. Σύροντας το σημείο Κ μεταβάλλεται η θέση των δυο σχημάτων μεταξύ τους χωρίς να μεταβάλλεται ο λόγος ν/μ που τον ονομάζουμε λόγο ομοιοθεσίας και με τις αλλαγές του, ζητείται από τους μαθητές να συμπληρώσουν ανάλογο πίνακα για να παρακολουθούν τις αλλαγές στους λόγους των πλευρών και των εμβαδών, ώστε να διατυπώσουν τα συμπεράσματά τους. Για εμπέδωση της νέας γνώσης δίνονται τρεις ασκήσεις-εφαρμογές.

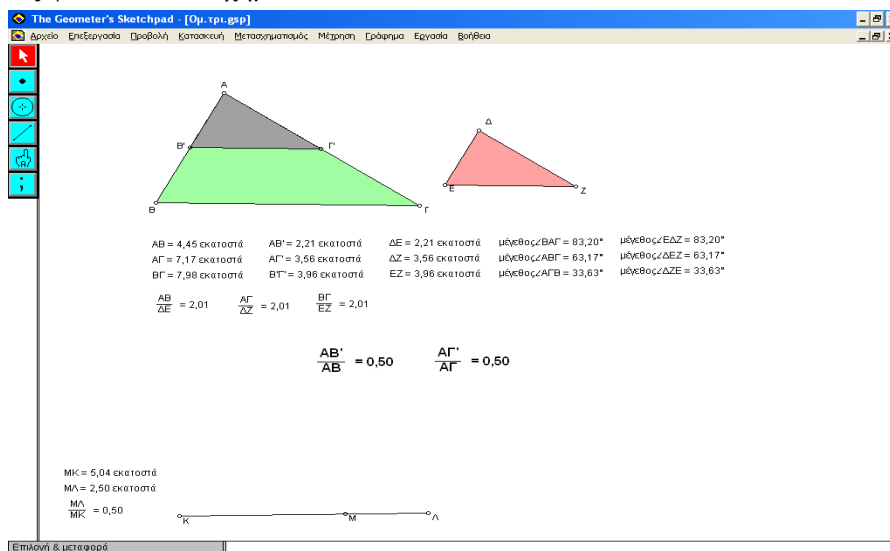
**2<sup>η</sup> φάση.** Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να διαπιστώνουν δυναμικά τις ιδιότητες των ομοίων σχημάτων, καθώς και τη σημασία της κλίμακας. Δίνονται δυο αρχεία με το φύλλο εργασίας 3 και το φύλλο 4. Το πρώτο περιέχει όμοια πολύγωνα στα οποία υπάρχει μεταβαλλόμενος λόγος ομοιότητας-κλίμακα. Ανοίγουν το αρχείο «**omia\_pol.gsp**» από το φάκελο «ομοιοθεσία» όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: αρχείο «omia\_pol.gsp»

Στην οθόνη είναι σχεδιασμένα δυο ομοιόθετα τετράπλευρα με λόγο ομοιοθεσίας ν/μ με δυνατότητα αλλαγής σύροντας το άκρο του τμήματος μ ή ν. Επίσης φαίνονται τα μήκη των πλευρών των τετράπλευρων, οι γωνίες και οι λόγοι των πλευρών τους. Δίνονται οι ορισμοί: *όμοια πολύγωνα, λόγο ομοιότητας ή κλίμακα,*

ομόλογες πλευρές και γωνίες. Ζητούμε από τους μαθητές σύροντας το άκρο του ν να παρατηρήσουν τι συμβαίνει με τον λόγο των πλευρών και τις αντίστοιχες γωνίες και να διατυπώσουν ένα γενικό συμπέρασμα για το πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια. Δίνονται εφαρμογές για να διαπιστωθεί αν οι μαθητές έχουν κατανοήσει τον ορισμό της ομοιότητας δύο πολυγώνων. Στο φύλλο εργασίας 4 οι μαθητές διατυπώνουν και αποδεικνύουν το κριτήριο ομοιότητας τριγώνων. Ανοίγουν το αρχείο «ομ\_τρι1.gsp» από το φάκελο «ομοιοθεσία» όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: αρχείο «ομ\_τρι1.gsp»

Χειρίζονται κατάλληλα δύο τρίγωνα με δύο γωνίες ίσες και οδηγούνται στην απόδειξη του κριτηρίου ομοιότητας με το θεώρημα του Θαλή. Στο τέλος της δραστηριότητας θα πρέπει να μπορούν να εφαρμόσουν το κριτήριο σε δύο παραδείγματα.

**3<sup>η</sup> φάση.** Δίνονται στους μαθητές δύο αρχεία για να υπολογίσουν τα εμβαδά δυο ομοίων σχημάτων και να ανακαλύψουν την ισότητα του λόγου των εμβαδών τους με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους. Ένα τρίτο αρχείο έχει στόχο τη γενίκευση των συμπερασμάτων και τη διατύπωση του γενικού κανόνα. Δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας 5. Ανοίγουν το αρχείο «λόγ\_εμ\_1.gsp» που περιλαμβάνει μια δυναμική αναπαράσταση συγκεκριμένης δραστηριότητας του σχολικού βιβλίου στο περιβάλλον του sketchpad, που συνδέει τη γνωστή έννοια της κλίμακας με την έννοια του εμβαδού όμοιων σχημάτων. Η σύνδεση αυτή επιτυγχάνεται με κατάλληλους χειρισμούς που περιγράφονται στο φύλλο εργασίας του μαθητή. Στο τέλος οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να υλοποιήσουν τη δραστηριότητα του βιβλίου τους. Στη συνέχεια ανοίγουν το αρχείο «λόγ\_εμ\_2.gsp» όπου μέσω δυναμικών χειρισμών ανακαλύπτουν τη σχέση που συνδέει το λόγο των εμβαδών με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και σε τρίγωνο. Με το τελευταίο αρχείο «λόγ\_εμ\_3.gsp», οι μαθητές γενικεύουν τον προηγούμενο κανόνα σε οποιοδήποτε πολύγωνο. Στο τέλος του φύλλου εργασίας θα πρέπει να είναι σε θέση να εφαρμόσουν τους παραπάνω κανόνες σε δύο συγκεκριμένες ασκήσεις του σχολικού βιβλίου.

### 3.5 Επέκταση της δραστηριότητας

Δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας 6 με δύο δραστηριότητες: Η πρώτη γίνεται υπό μορφή παρουσίασης από τον εκπαιδευτικό σε περιβάλλον του sketchpad. Οι μαθητές παρακολουθούν και στη συνέχεια πειραματίζονται στον υπολογιστή τους αυξομειώνοντας τα ορθογώνια ώστε να αποφανθούν διαισθητικά. Πρόκειται για την μελέτη της κλίσης της ευθείας που σχηματίζουν οι απέναντι κορυφές ομοιοθέτων ορθογώνιων με κέντρο ομοιοθεσίας μια κορυφή του ορθογωνίου (αρχείο «κλιση1.gsp»). Η δεύτερη δραστηριότητα καλεί τους μαθητές να πειραματισθούν για το πως μεταβάλλεται ένα σχήμα, π. χ. ένα τρίγωνο, για τις διάφορες τιμές του λόγου ομοιοθεσίας λ (αρχείο «ομοιοθ\_λ.gsp»). Ζητείται να παρατηρήσουν το ομοιοθέτο ενός τριγώνου όταν λ > 0 και λ < 0. Σημειώνεται ότι εσκεμμένα αποφεύγεται ο διαχωρισμός σε λ > 1, λ = 1, 0 < λ < 1, γιατί έχει γίνει ήδη αναφορά σε προηγούμενες δραστηριότητες του σεναρίου και αναμένεται οι μαθητές να το αναγνωρίσουν. Στο τέλος καλούνται να παρατηρήσουν την αλλαγή στο σχήμα σχετικά με τη θέση του ομοιοθέτου του τριγώνου ΑΒΓ ως προς το κέντρο ομοιοθεσίας Ο και λ < 0, και ακολουθεί συζήτηση στην τάξη.

#### 4. Σχόλια-συζήτηση

Αρχικά θεωρήσαμε ότι η εισαγωγή των ΤΠΕ στην τάξη θα είναι τομή στην εκπαιδευτική διαδικασία και χαρήκαμε πολύ που είχαμε την ευκαιρία να συμμετέχουμε. Αν και γρήγορα διαπιστώσαμε ότι η χρονική διάρκεια πραγματοποίησης ενός τόσο απαιτητικού και σημαντικού προγράμματος δεν ήταν αρκετή, εκτιμούμε όσα μας πρόσφερε. Πρώτα σημειώνουμε την εμπειρία μας από την συνεργασία μας ως θετική, αν και στην αρχή επιλέξαμε να εργαστούμε σαν ομάδα κυρίως λόγω έλλειψης χρόνου και ωστόσο αποκτήσαμε άνεση εξοικείωσης με την προετοιμασία σεναρίου. Ο ενθουσιασμός από το ομαδικό αποτέλεσμα μας οδήγησε να συνεχίσουμε να συνεργαζόμαστε και να ανταλλάσσουμε εμπειρίες.

Θετική επίσης ήταν και η εμπειρία από την διαμόρφωση αυτού του συγκεκριμένου σεναρίου. Αν και όλοι οι προβληματισμοί μας δεν βρήκαν λύση, η τριβή με το θέμα ήταν απαραίτητη για να τολμήσουμε να εφαρμόσουμε έστω και μέρος του σεναρίου σε πραγματική τάξη, γνωρίζοντας ότι δεν είναι απαλλαγμένο από λάθη. Οι μαθητές χωρίς αμφιβολία, προτιμούν τα μαθήματά τους να γίνονται με χρήση των ΤΠΕ και εμείς, οι εκπαιδευτικοί, παράλληλα ενδιαφερόμαστε να τις χρησιμοποιήσουμε στα μαθηματικά γιατί αναγνωρίζουμε τη δυναμική συμβολή τους. Επίσης η συναδελφική συμπαράσταση αποδείχτηκε πολύτιμη και γόνιμη. Πιστεύουμε ότι τα σχολεία όπου κάποιοι φροντίζουν για τον κατάλληλο τεχνικό εξοπλισμό, την αναβάθμιση, την υποστήριξη και την ενημέρωση και επιμόρφωσή μας, μαζί με τη γενικότερη βελτίωση των λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας και της παράλληλης εξοικείωσής μας με αυτά, μπορούν να δημιουργήσουν αξιόλογα μαθησιακά περιβάλλοντα.

Θα θέλαμε σημαντικές αλλαγές και στα αναλυτικά προγράμματα ώστε να είναι περισσότερο ευέλικτα και φιλικά στις ΤΠΕ. Θέλουμε να ενημερωθούμε καλύτερα για τους στόχους της εκπαίδευσης στα πλαίσια της Κοινωνίας της Μάθησης, να μάθουμε να χρησιμοποιούμε τις ΤΠΕ όχι απλώς για να τις χρησιμοποιούμε ως μέσο παρουσίασης για να μεταδώσουμε κάποιες πληροφορίες στους μαθητές αλλά για να τους καταστήσουμε ικανούς να αυτενεργούν, να ανακαλύπτουν και να μαθαίνουν από μόνοι τους, δηλαδή να μαθαίνουν πώς να μαθαίνουν.

#### Βιβλιογραφία

- Hart, K. (1981) Ratio and Proportion. In Children's Understanding of Mathematics 11-16, edited by Kathleen Hart, 88-101. London: John Murray.
- Mastrogiannis, A. and Kordaki, M (2006) The concept of similarity in triangles within the context of tools of Cabri-Geometry II, Current Developments in Technology-Assisted Education, 641-645.
- Van de Wolle J., (2005) «Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια εξελικτική διαδικασία», επιστ. επιμ. Τριανταφυλλίδης Τρ., μετφρ Αλεξανδροπούλου Α. & Κομπορόζος Β., εκδ. Τυπωθήτω, Αθήνα.
- Vergnaud, G.(1998) A comprehensive theory of representation for mathematics education, Mathematical Behavior, 17, No 2, 167-181.
- Vergnaud, G. (2004) Multiplicative structures. In Carpenter, Thomas P. et al., Classics in mathematics education research, NCTM - National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA., 85-96.
- Δαγδύλης, Β., Παπαδόπουλος, Ι. (2008), *Διδακτικά σενάρια και ΤΠΕ στα Μαθηματικά: ένας πρακτικός οδηγός*, Πρακτικά 6ου Πανελληνίου συνεδρίου “Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση”, Κύπρος 25-28 Σεπτεμβρίου 2008, Πανεπιστήμιο Κύπρου
- I.T.Y., Τομέας Επιμόρφωσης & Κατάρτισης, (2008) *Επιμορφωτικό Υλικό για την επιμόρφωση των Εκπαιδευτικών στα Κέντρα Στήριξης Επιμόρφωσης: Κλάδος ΠΕ03, Πάτρα.*
- Κυνηγός, Χ., (2006) «Το μάθημα της διερεύνησης», *Ελληνικά γράμματα*, Αθήνα.