

Η Πλοήγηση στον Τρισδιάστατο Γεωγραφικό Χώρο ως Μέσο για τη Συσχέτιση Γεωγραφικών και Σφαιρικών Συντεταγμένων

Έφη Αλεξοπούλου, Χρόνης Κυνηγός
Πανεπιστήμιο Αθηνών
efialex@ppp.uoa.gr, kynigos@ppp.uoa.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα έρευνα μελετά τις συνδέσεις που δημιουργούν μαθητές λυκείου για τις έννοιες των γεωγραφικών και σφαιρικών συντεταγμένων κατά την πλοήγηση στον τρισδιάστατο γεωγραφικό χώρο, μέσω της αλληλεπίδρασης με υπολογιστικό περιβάλλον τρισδιάστατων γραφικών. Οι μαθητές αξιοποιούν τις αναπαραστάσεις του περιβάλλοντος για να κατασκευάζουν νοήματα για τη συσχέτιση των δύο συστημάτων αναφοράς. Τα ευρήματα υποδεικνύουν πως οι μαθητές, χρησιμοποιούν το διοδιάστατο επίπεδο ως πλαίσιο αναφοράς στο χώρο για να συσχετίσουν μεμονωμένες τιμές των συντεταγμένων των δύο συστημάτων αναφοράς, ενώ στην περίπτωση των τριών συντεταγμένων αξιοποιούν τις τρισδιάστατες αναπαραστάσεις του περιβάλλοντος.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Πλοήγηση, Τρισδιάστατος χώρος, Συντεταγμένες

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια αυξανόμενη ερευνητική τάση στην αξιοποίηση περιβαλλόντων τρισδιάστατων γραφικών για τη μελέτη του τρισδιάστατου χώρου, καθώς η εξέλιξη της ψηφιακής τεχνολογίας παρέχει τα μέσα έτσι ώστε αυτό να είναι εφικτό. Οι νέες αναπαραστάσεις που παρέχονται από τα νέα μέσα, μπορούν να τοποθετήσουν την χωρική οπτικοποίηση των εννοιών σε κεντρικό ρόλο για τον έλεγχο και τη μέτρηση των συμπεριφορών των αντικειμένων και οντοτήτων σε τρισδιάστατα περιβάλλοντα. Με αυτό τον τρόπο έρχονται στο προσκήνιο έννοιες όπως η πλοήγηση στο χώρο, η διανυσματική γεωμετρία, ή οι τρισδιάστατες συντεταγμένες (Γαβρίλης, κ.ά., 2007, Kynigos et al. 2007, Kynigos & Latsi, 2005, Yeh & Nason, 2004). Στην παρούσα έρευνα μελετάμε τη συσχέτιση των συστημάτων αναφοράς του τρισδιάστατου χώρου, μέσα από την αλληλεπίδραση μαθητών με κατάλληλο υπολογιστικό περιβάλλον.

ΠΛΟΗΓΗΣΗ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Η πλοήγηση ως έννοια έχει μελετηθεί σε πρώτο στάδιο μέσα από τη χρήση συστημάτων πλοήγησης και οι ορισμοί που υπάρχουν σχετίζονται με τον τρόπο αλληλεπίδρασης του αντικειμένου που μετατοπίζεται στο χώρο. Συγκεκριμένα αναφέρεται ως «η διαδικασία σχεδίασης, καταγραφής και ελέγχου της κίνησης ενός σκάφους ή οχήματος από το ένα σημείο στο άλλο» (Bowditch, 2002). Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό η πλοήγηση αναφέρεται κυρίως ως διαδικασία

μέσω της οποίας μελετάται η μετατόπιση στο χώρο, χωρίς όμως να προσδιορίζεται σαφώς ένα σύστημα αναφοράς.

Ο τρόπος με τον οποίο ορίζεται η έννοια της πλοήγησης στο χώρο μέσα από τη χρήση υπολογιστικών περιβαλλόντων είναι ανάλογος. Δηλαδή αφορά μια διαδικασία, καθώς ορίζεται ως η σύνθεση δύο δραστηριοτήτων: της ελεύθερης πλοήγησης (traveling) και της καθοδηγούμενης πλοήγησης (wayfinding) στο χώρο (Sedig and Sumner, 2006, Darken and Peterson, 2002). Στην ελεύθερη πλοήγηση, η μετατόπιση στο χώρο πραγματοποιείται χωρίς συγκεκριμένο στόχο και αφορά τον τρόπο με τον οποίο καθορίζεται η θέση ενός αντικειμένου μέσα στο χώρο. Στην καθοδηγούμενη πλοήγηση, ο προσδιορισμός ενός σημείου στο χώρο συνδυάζεται με την εύρεση μεθόδων για την μετατόπιση σε συγκεκριμένες θέσεις ή με συγκεκριμένο τρόπο, μέσα στο χώρο.

Οι ορισμοί που έχουν δοθεί για την πλοήγηση αφορούν κυρίως στο πως πραγματοποιείται η πλοήγηση, δηλαδή στον τρόπο με τον οποίο εκτελείται η μετατόπιση στο χώρο, χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι αναπαραστάσεις που σχετίζονται με αυτή, καθώς και ο τρόπος με τον οποίο τα αντικείμενα αλληλεπιδρούν με τις αναπαραστάσεις αυτές. Στην παρούσα έρευνα μελετάμε την πλοήγηση στον τρισδιάστατο γεωγραφικό χώρο, μια έννοια που θεωρούμε ως ιδιαίτερα πολύπλοκη στον ορισμό της, καθώς συνδέεται άρρηκτα τόσο με έννοιες και αναπαραστάσεις των μαθηματικών και της γεωγραφίας, όσο και με τις καταστάσεις που η έννοια παρουσιάζεται, με αποτέλεσμα η έννοια αυτή να αφορά σε διαφορετικά γνωστικά πεδία και επιστημονικούς τομείς, όπως για παράδειγμα τη γεωγραφία ή τα μαθηματικά. Προσπαθώντας να ορίσουμε την έννοια, χρησιμοποιούμε τον ορισμό των εννοιών όπως αυτός διατυπώθηκε στη μαθηματική εκπαίδευση και συγκεκριμένα στη θεωρία των νοητικών πεδίων η οποία υποστηρίζει την ενοποίηση της επιστημονικής γνώσης (Vergnaud, 1996). Υιοθετώντας την άποψη του Vergnaud πως οι έννοιες δεν είναι απομονωμένες από άλλες έννοιες (Vergnaud, 1991), θεωρούμε την πλοήγηση ως ένα νοητικό πεδίο, στενά συνδεδεμένο με έννοιες όπως οι γεωγραφικές συντεταγμένες, οι σφαιρικές συντεταγμένες, οι τρισδιάστατες αναπαραστάσεις των αντικειμένων, η οπτικοποίηση του χώρου, καθώς και οι αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα παραπάνω. Επομένως, για τη μελέτη της έννοιας της πλοήγησης είναι σκόπιμο να μελετηθούν οι έννοιες που σχετίζονται άμεσα με αυτή, όπως τα συστήματα αναφοράς, οι σχέσεις μεταξύ τους, καθώς και οι τρόποι αναπαράστασης των εννοιών αυτών.

ΤΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ CRUISLET

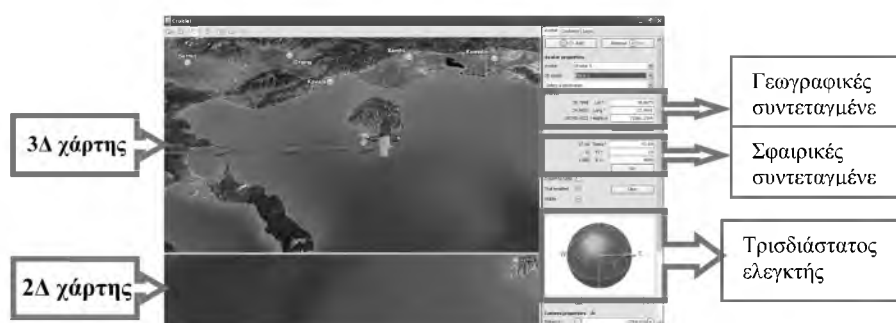
Στην έρευνα αξιοποιήθηκε το υπολογιστικό περιβάλλον Cruislet* το οποίο συνδυάζει την τεχνολογία των Συστημάτων Γεωγραφικής Πληροφορίας (GIS), των τρισδιάστατων γραφικών και της γλώσσας προγραμματισμού Logo. Η εν-

* Το υπολογιστικό περιβάλλον αναπτύχθηκε στα πλαίσια του Ευρωπαϊκού Έργου ReMath – Representing Mathematics with Digital Media FP6, IST-4, (2005-2008), <http://remath.cti.gr>.

σωμάτωση χαρακτηριστικών διαφορετικών τεχνολογικών περιβαλλόντων (όπως τα περιβάλλοντα Logo, δυναμικής γεωμετρίας και τα γεωγραφικά), καθιστά το περιβάλλον κατάλληλο για την υποστήριξη διαθεματικών δραστηριοτήτων.

Το Cruislet είναι σχεδιασμένο για τη διερεύνηση του γεωγραφικού χώρου και την οπτικοποίηση εννοιών του τρισδιάστατου χώρου μέσω του χειρισμού μαθηματικών αναπαραστάσεων. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να πλοηγείται στο χώρο καθορίζοντας τη μετατόπιση των αντικειμένων, μέσα από την επιλογή ενός από τα δύο συστήματα αναφοράς:

1. Γεωγραφικές συντεταγμένες: Καθορισμός της απόλυτης θέσης του αντικειμένου μέσω του ορισμού τριών τιμών, του γεωγραφικού πλάτους, του γεωγραφικού μήκους και του ύψους (latitude, longitude, height). Εναλλακτικά, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει έναν από τους προκαθορισμένους προσορισμούς και οι συντεταγμένες να εμφανιστούν αυτόματα στο αντίστοιχο πλαίσιο.
2. Σφαιρικές συντεταγμένες: Καθορισμός της κατεύθυνσης και του μέτρου της μετατόπισης, ορίζοντας τις γωνίες φ και θ και το μήκος του διανύσματος, $\bar{r}$. Εναλλακτικά, ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να καθορίσει την κατεύθυνση της μετατόπισης μέσω του δυναμικού χειρισμού της τρισδιάστατης αναπαράστασης των σφαιρικών συντεταγμένων (σχήμα 1).



Σχήμα 1: Το υπολογιστικό περιβάλλον Cruislet

Η επιλογή του υπολογιστικού περιβάλλοντος βασίστηκε στον κονστρουκτιβικό χαρακτήρα του, καθώς παρέχει ευκαιρίες στους μαθητές για έκφραση ιδεών, πειραματισμό και αξιοποίηση των διασθήσεών τους για την κατασκευή νοημάτων για τις αναπαριστώμενες έννοιες (Harel and Papert, 1991, diSessa, 1995). Επιπλέον, το πλαίσιο αναπαράστασης του τρισδιάστατου χώρου είναι ρεαλιστικό, καθώς τα αντικείμενα κινούνται στο γεωγραφικό χώρο του χάρτη της Ελλάδας, γεγονός που ενισχύει την εμπλοκή των μαθητών με αυτό.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό του περιβάλλοντος που το καθιστά εκπαιδευτικά αξιοποιησιμο είναι ότι παρέχει τη δυνατότητα άμεσης οπτικοποίησης των

πολλαπλά συνδεδεμένων και αλληλεξαρτώμενων αναπαραστάσεων, καθώς κάθε δράση πάνω σε μία συγκεκριμένη αναπαράσταση παρέχει άμεση και ταυτόχρονη αλλαγή και ανάδραση σε άλλες αναπαραστάσεις (Karut, 1991). Για παράδειγμα, με την αλλαγή της θέσης του αντικειμένου με χρήση των γεωγραφικών συντεταγμένων, προκαλείται αλλαγή των τιμών στις σφαιρικές συντεταγμένες έτσι ώστε να δίνεται η κατεύθυνση του αντικειμένου για την εκτέλεση της μετατόπισης. Έτσι, μέσω της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να δημιουργήσουν νοήματα για τον τρόπο αλληλεξάρτησης των τιμών των συστημάτων αναφοράς.

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

Η παρούσα εργασία αφορά έρευνα που εφαρμόστηκε σε δωδεκαμελές τμήμα μαθητών της Α' τάξης σε Λύκειο της Αθήνας, στο πλαίσιο του μαθήματος επιλογής της Πληροφορικής. Οι μαθητές εργάστηκαν σε 6 ομάδες των δύο για 2 διδακτικές ώρες την εβδομάδα κατά τη διάρκεια 6 μηνών, συνολικά 29 ώρες. Σε κάθε συνάντηση με τους μαθητές δινόταν αντίστοιχο φύλλο εργασίας με τις δραστηριότητες. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται αποτελέσματα από τις αρχικές δραστηριότητες εξοικείωσης των μαθητών με το υπολογιστικό περιβάλλον και τις αναπαραστάσεις που περιέχει. Συγκεκριμένα οι δραστηριότητες δομήθηκαν με βάση δύο επίπεδα: (i) την πλοήγηση στο χώρο με αξιοποίηση της γεωγραφικής πληροφορίας (κατευθυνόμενη πλοήγηση) και (ii) την πλοήγηση με τη χρήση των συστημάτων αναφοράς και τις συνδέσεις ανάμεσα σε αυτά τα δύο. Το ερευνητικό ερώτημα που μελετάται αφορά τα νοήματα που κατασκευάζουν οι μαθητές για την αλληλεξάρτηση ή τη συσχέτιση των τιμών των γεωγραφικών και σφαιρικών συντεταγμένων κατά την πλοήγησή τους στον τρισδιάστατο γεωγραφικό χώρο.

Για τη διεξαγωγή της έρευνας υιοθετήθηκε η μεθοδολογία της έρευνας σχεδιασμού, γνωστή με τον όρο 'Design-based research' (Cobb et al., 2003). Η ερευνητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε και η έρευνα που πραγματοποιήθηκε, στοχεύει στην κατανόηση των σχέσεων ανάμεσα στη θεωρία, στη σχεδίαση του υπολογιστικού περιβάλλοντος και στις δραστηριότητες που μπορούν να δημιουργηθούν, καθώς και στις μορφές μάθησης που είναι δυνατόν να υποστηριχθούν.

Στην έρευνα συμμετείχαν δύο ερευνήτριες οι οποίες υιοθετώντας το ρόλο του 'αδασού' και συμμετέχοντος παρατηρητή, έδρασαν ως διαμεσολαβητές ανάμεσα στο υπολογιστικό εργαλείο και τους μαθητές, δίνοντας διευκρινίσεις όπου ήταν απαραίτητο και ενθαρρύνοντας τους μαθητές να συνεργάζονται και να εκφράζουν τις ιδέες τους. Για τη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε λογισμικό για τη μαγνητοσκόπηση της οθόνης, έτσι ώστε να αποτυπώνεται ο τρόπος που οι μαθητές χειρίζονται το περιβάλλον και αλληλεπιδρούν με αυτό, καθώς και μικρόφωνα για την αποτύπωση της λεκτικής επικοινωνίας των μαθητών. Συμπληρωματικά δεδομένα συλλέχθηκαν (μέσω των φύλλων εργασίας των μαθητών και σημειώσεων των ερευνητών) και πραγματοποιήθηκε απομαγνητοφώνηση των δεδομένων.

ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΩΝ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

Οι μαθητές χειρίστηκαν με επιτυχία τα συστήματα αναφοράς για την πλοήγηση τους στο χώρο και μέσω της αλληλεπίδρασής τους με το περιβάλλον κατασκεύασαν νοήματα τόσο για τις γεωγραφικές και σφαιρικές συντεταγμένες όσο και για τις σχέσεις αλληλεξάρτησης ανάμεσα σε αυτές. Ωστόσο, όπως προκύπτει από τις απαντήσεις τους σε ερωτήσεις της ερευνήτριας που αφορούν τη σημασία των συντεταγμένων φαίνεται να αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην επεξήγηση τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η περίπτωση μίας ομάδας όπου ενώ και οι δύο μαθητές μπορούν να χειρίζονται τις συντεταγμένες επιτυχώς, διαφωνούν για το σύστημα συντεταγμένων που μετατοπίζει το αεροπλάνο δεξιά – αριστερά. Στο επεισόδιο που ακολουθεί οι μαθητές διαφωνούν για τον τρόπο μετατόπισης του αεροπλάνου ‘δεξιά αριστερά’, καθώς ο κάθε μαθητής υποστηρίζει διαφορετικό σύστημα αναφοράς.

E Τι είναι; (η ερευνήτρια του ρωτάει για το γεωγραφικό πλάτος – long)

M2 Ότι πάει πέρα δώθε. Πόσο δεξιά αριστερά.

E Πόσο δεξιά αριστερά.

M2 Ναι.

M1 Όχι. (...) το θ είναι δεξιά αριστερά.

M2 Αυτές είναι οι μοίρες.

M1 Ναι, οι μοίρες που θα στρίψει δεξιά αριστερά.

M2 Εγώ λέω να προχωράει κιόλας ταυτόχρονα.

Το επεισόδιο έχει ενδιαφέρον λόγω του τρόπου με τον οποίο οι μαθητές εκφράζουν λεκτικά την μετατόπιση του αεροπλάνου με χρήση του γεωγραφικού πλάτους ή της γωνίας θ των σφαιρικών συντεταγμένων. Και στις δύο περιπτώσεις χρησιμοποιούν την έκφραση ‘δεξιά αριστερά’ προσδίδοντας στο αεροπλάνο την έννοια της διεύθυνσης. Ωστόσο, ο M2 υποστηρίζει πως το γεωγραφικό πλάτος δεν αφορά μόνο τη στροφή όπως το θ , αλλά και τη μετατόπιση. Ο τρόπος έκφρασης του μαθητή υποδεικνύει πως έχει κατανοήσει την αλληλεξάρτηση των συντεταγμένων, καθώς όταν το αεροπλάνο μετατοπίζεται σε μία θέση με τη χρήση των γεωγραφικών συντεταγμένων, ταυτόχρονα αλλάζει και η διεύθυνση αυτού.

Μία άλλη περίπτωση συσχετισμού συντεταγμένων είναι αυτή του ύψους στις γεωγραφικές συντεταγμένες και της γωνίας φ στις σφαιρικές συντεταγμένες. Όταν οι μαθητές καλούνται να εξηγήσουν τη λειτουργία των σφαιρικών συντεταγμένων, αρχίζουν και αναρωτούνται για το αν η γωνία φ καθορίζει το υψόμετρο. Στο απόσπασμα που ακολουθεί οι μαθητές προσπαθούν να νοηματοδοτήσουν τη γωνία στροφής φ που αναπαριστά την κατεύθυνση του αεροπλάνου στο κάθετο επίπεδο, σε σχέση με το ύψος που θα βρεθεί το αντικείμενο.

M1 Αυτό είναι έτσι.

M2 Το υψόμετρο είναι. Το υψόμετρο είναι το φ ;

M1 Αυτό είναι πόσο έτσι θα πάει. (δείχνει με το χέρι του κάθετα)

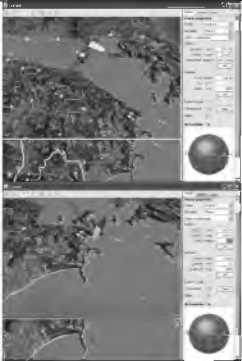
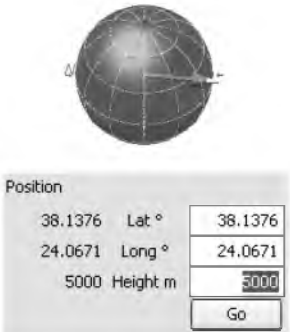
Χαρακτηριστικό των δύο επεισοδίων είναι ότι οι μαθητές προσπαθούν να συσχετίζουν μεμονωμένες συντεταγμένες των δύο συστημάτων αναφοράς. Οι

συντεταγμένες και στις δύο περιπτώσεις αφορούν τη μετατόπιση του αντικειμένου σε επίπεδο δύο διαστάσεων, καθώς στο πρώτο επεισόδιο οι μαθητές αναφέρονται στο οριζόντιο επίπεδο και τη δεύτερη στο κάθετο επίπεδο. Αν υιοθετήσουμε την άποψη των Dalgarno et al. (2002) πως αντιλαμβανόμαστε τα τρισδιάστατα μοντέλα μέσω πολλαπλών δισδιάστατων αναπαραστάσεων, είναι πιθανό οι μαθητές να επικεντρώθηκαν υποσυνείδητα σε έναν απλοποιημένο τρόπο μετατόπισης στο χώρο που αφορούσε κάθε φορά ένα επίπεδο δύο διαστάσεων.

ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

Όσο αφορά τις επιλογές των μαθητών για τον καθορισμό των συντεταγμένων και τη μετατόπιση του αντικειμένου στο χώρο, η χρήση του τρισδιάστατου ελεγκτή αποτελούσε την επιλογή των περισσότερων ομάδων. Μία από τις ομάδες χειριζόταν αποκλειστικά τον ελεγκτή για τη μετατόπιση του αεροπλάνου στο χώρο. Ακόμα και στην περίπτωση που έπρεπε να καθορίσουν μια συγκεκριμένη θέση στο χώρο, έπρεπε δηλαδή να χρησιμοποιήσουν τις γεωγραφικές συντεταγμένες για να καθορίσουν το ύψος, προσπαθούσαν να συνδυάσουν την κατεύθυνση του αεροπλάνου με την απόλυτη θέση του αεροπλάνου σε σχέση με το ύψος. Στον πίνακα που ακολουθεί απεικονίζεται ο τρόπος εργασίας των μαθητών κατά την αλληλεπίδρασή τους με το περιβάλλον και τις αναπαραστάσεις.

Πίνακας 1: Συνδυασμένη χρήση των συστημάτων αναφοράς

Εικόνα περιβάλλοντος	Αναπαράσταση	Ενέργεια μαθητών
		Κουνάνε το βέλος του ελεγκτή για να καθορίσουν την κατεύθυνση της μετατόπισης
		Αλλάζουν το ύψος (height) σε 5000 μέτρα και εκτελούν τη μετατόπιση πατώντας Go.

Η αλληλουχία των ενεργειών των μαθητών δείχνει ότι προσπαθούν να συνδυάσουν τα δύο συστήματα αναφοράς για τη μετατόπισή τους σε συγκεκριμένο σημείο, μέσω της χρήσης του τρισδιάστατου ελεγκτή. Οι μαθητές καθορίζουν τις τιμές στο ένα από τα δύο συστήματα αναφοράς (εδώ τις σφαιρικές) και με αυτό τον τρόπο καθορίζουν τις τιμές και στο άλλο (εδώ στις γεωγραφικές), καθώς υπάρχει ταυτόχρονη μεταβολή στις τιμές των δύο συστημάτων. Σε αυτή την περίπτωση, η λειτουργικότητα του περιβάλλοντος για αλληλεξάρτη-

ση των τιμών των συντεταγμένων των δύο συστημάτων, καθώς και η αξιοποίηση των αναπαραστασιακών εργαλείων, αποτέλεσαν χρήσιμα εργαλεία στην προσπάθεια των μαθητών να συνδυάσουν τα συστήματα αναφοράς για τη μετατόπισή τους στο χώρο.

Οι μαθητές προτιμούσαν τη χρήση του συγκεκριμένου αναπαραστασιακού εργαλείου καθώς θεωρούσαν πως 'είναι σαν παιχνίδι' και ότι 'δεν χρειάζεται να σκεφτόμαστε' όπως χαρακτηριστικά ανέφεραν οι μαθητές μιας ομάδας. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο τρόπος με τον οποίο ένας μαθητής αιτιολογεί την επιλογή αυτή.

E Πατί είναι καλύτερο; (εννοεί τον τριδιάστατο ελεγκτή)

M1 Πατί συνδυάζει και τα δύο μαζί.

E Ποια συνδυάζει;

M1 Επειδή έχει west, north και οάϋϝ και όλα αυτά, μπορούμε να κάνουμε position.

Και επειδή έχει το βελάκι, μπορούμε να κάνουμε θήτα, φι.

Το επεισόδιο έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς ο μαθητής χρησιμοποιεί την αναπαράσταση του ελεγκτή ως αντικείμενο συσχετισμού και αλληλεξάρτησης των δύο συστημάτων αναφοράς. Θεωρεί πως με τη χρήση αυτού ουσιαστικά συνδυάζει τη θέση του αντικειμένου σε σχέση με τις γεωγραφικές συντεταγμένες και επιπλέον καθορίζει την κατεύθυνση του αντικειμένου μέσω του δυναμικού χειρισμού του βέλους του ελεγκτή.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα έρευνα οι μαθητές κατασκεύασαν νοήματα για την αλληλεξάρτηση των συστημάτων αναφοράς που χρησιμοποίησαν για την πλοήγησή τους στον τριδιάστατο γεωγραφικό χώρο. Για την επίτευξη αυτού, οι μαθητές αξιοποίησαν τις αναπαραστάσεις που ενσωμάτωνε το περιβάλλον, (όπως για παράδειγμα τον τριδιάστατο ελεγκτή που αναπαριστά τις σφαιρικές συντεταγμένες) ή την ταυτόχρονη μεταβολή των τιμών των συντεταγμένων, όταν το αντικείμενο μετατοπίζεται στο χώρο. Θεωρούμε σημαντικό ότι οι μαθητές κατάφεραν επιτυχώς να χρησιμοποιήσουν έννοιες πρωτόγνωρες γι' αυτούς και επιπλέον να τις συνδυάσουν, χρησιμοποιώντας τις διαισθήσεις τους και τα αναπαραστασιακά εργαλεία του υπολογιστικού περιβάλλοντος. Τα αποτελέσματά μας μπορούν να αποτελέσουν βάση για την ανάδειξη πτυχών που αφορούν τη σχεδίαση εκπαιδευτικών υπολογιστικών περιβαλλόντων καθώς και τις έννοιες που υποστηρίζονται από αυτά.

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

Η έρευνα χρηματοδοτήθηκε από έργο του Υπ. Ανάπτυξης, Γ.Γ.Ε.Τ., Πρόγραμμα Ενίσχυσης του Ερευνητικού Δυναμικού, Π.Εν.Ε.Δ. 2003, Τομέας 2.4.1., # 8463.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλουμε στους καθηγητές του σχολείου Κ. Γαβρίλη και Γ. Γεωργίου για την πολύτιμη συμβολή τους στην υλοποίηση της έρευνας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Bowditch N. (2002). *The American Practical Navigator*. Bethesda, MD: National Imagery and Mapping Agency.
- Dalgarno B., Hedberg J. & Harper B. (2002). The Contribution of 3D Environments to Conceptual Understanding, πη *Proceedings of ASCILITE 2002 Conference*. (pp 44-54), Auckland, New Zealand.
- Darken R. & Peterson B. (2002). Spatial Orientation, wayfing and representation. *Handbook of Virtual Environment Technology*. Stanney, K. Editions.
- diSessa A. (1995). Epistemology and Systems Design, in diSessa A. & Hoyles C. (Eds.), *Computers and Exploratory learning*, Springer Verlag, pp. 15-29.
- Harel I., & Papert S. (1991). *Constructionism*. Ablex Publishing, Norwood, NJ.
- Kaput, J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. In E. v. Glasersfeld (Eds.), *Constructivism and mathematics education*, (pp. 53-74). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Kynigos C., Alexopoulou E., & Latsi M. (2007). Three dimensional constructions using an absolute frame of reference in a computer simulated 3D space. In D. Pitta – Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 1429-1438. Cyprus: Larnaca.
- Kynigos C. & Latsi M. (2006). Vectors in use in a 3d Juggling Game Simulation, *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(1).
- Sedig K. & Sumner M. (2006). Characterizing interaction with visual mathematical representations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, Vol. 11, 1-55.
- Vergnaud G. (1991). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des mathématiques*, 10/2.3, Grenoble, La Pensée Sauvage Editeurs. 133-169.
- Vergnaud, G. (1996). Education: the best part of Piaget's heritage, *Swiss Journal of Psychology*, 55(2-3), 112-118.
- Yeh A., & Nason R. (2004). Knowledge building of 3D geometry concepts and processes within a virtual reality learning environment. In *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications* (pp. 2175-2182). Chesapeake, VA: AACE.
- Γαβρίλης Κ., Κεϊσογλου Σ., & Κυνηγός Χ. (2007). «Πλοήγηση» και μαθηματικοποίηση σε 3D εικονικά περιβάλλοντα. Στο Χ. Σακονίδης και Δ. Δεσλή (επιμ.) *Πρακτικά 2ου Πανελλήνιου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών των Μαθηματικών*, 446-457. Αλεξανδρούπολη.