

Δημιουργώντας Στοχαστικές Εμπειρίες για την Εξέλιξη των Διαισθητικών Αντιλήψεων Νηπίων με τη Βοήθεια Διαδικτυακών Μικρόκοσμων

Γιώργος Φεσάκης, Σόνια Καρούση και Χρυσάνθη Σκουμπουρδή
Τμήμα των Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού
Πανεπιστήμιο Αιγαίου
gfsakakis@rhodes.aegean.gr, kafoussi@rhodes.aegean.gr, kara@rhodes.aegean.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση παρουσιάζεται αρχικά σύντομη επισκόπηση ερευνητικών εργασιών σχετικά με την αξιοποίηση των ΤΠΕ στη μάθηση των πιθανοτήτων. Κατόπιν διατυπώνονται σχεδιαστικές αρχές και επιλογές για την προδιαγραφή μικρόκοσμων αναπτυξιακά κατάλληλων για την εμπειρική ανάπτυξη πιθανολογικών εννοιών από νήπια. Στη συνέχεια περιγράφονται σύντομα οκτώ προτεινόμενοι μικρόκοσμοι οι οποίοι θα στηρίξουν ειδικά σχεδιασμένη σειρά μαθησιακών δραστηριοτήτων για τις πιθανότητες σε νήπια. Τέλος, αναφέρονται οι μελλοντικές κατευθύνσεις της εργασίας μέρος της οποίας αποτελεί η ανάπτυξη των συγκεκριμένων μικρόκοσμων.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Μικρόκοσμος, ΤΠΕ, Πιθανότητες, Νηπιαγωγείο,

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι αρχικές μελέτες σχετικά με την ανάπτυξη της πιθανολογικής σκέψης από τα παιδιά ήταν μάλλον απαισιόδοξες όσον αφορά στις δυνατότητες παιδιών του νηπιαγωγείου και των πρώτων τάξεων του δημοτικού (Piaget, & Inhelder, 1975). Μεταγενέστερες μελέτες (Falk & Levin 1980, Fischbein, & Schnarch, 1997, Jones et al., 1999) δείχνουν ότι υπάρχουν σημαντικά περιθώρια για την υλοποίηση μαθησιακών δραστηριοτήτων για τις πιθανότητες κατάλληλων για μικρά παιδιά και κυρίως ότι είναι σημαντική η εμπλοκή των νηπίων σε τέτοιες εμπειρίες ώστε να αναπτύξουν σταδιακά και ευκολότερα τυπική πιθανολογική σκέψη σε μεγαλύτερες ηλικίες. Στη συγκεκριμένη εισήγηση περιγράφεται η προσπάθεια σχεδιασμού λογισμικών μικρόκοσμων για την αξιοποίηση ΗΥ στην ανάπτυξη πιθανολογικών εννοιών σε νήπια και παιδιά των πρώτων τάξεων του δημοτικού. Αρχικά περιγράφεται επισκόπηση ερευνητικών προοπθειών αξιοποίησης ΤΠΕ στη μάθηση πιθανοτήτων για τη στήριξη των σχεδιαστικών επιλογών που αναφέρονται στη συνέχεια. Κατόπιν παρουσιάζονται σύντομα οκτώ προτεινόμενοι μικρόκοσμοι και τέλος αναφέρεται η πρόταση για μελλοντική έρευνα στην οποία εντάσσεται ο σχεδιασμός των μικρόκοσμων.

ΕΡΕΥΝΕΣ ΓΙΑ ΧΡΗΣΗ ΤΠΕ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται σύντομα βασικές ερευνητικές προσπάθειες για την αξιοποίηση ΤΠΕ στην διδασκαλία και τη μάθηση των πιθανοτήτων. Καθώς η κάθε προσπάθεια αφορά σε διαφορετικό βασικό ερευνητή και

στηρίζεται σε διαφορετικό λογισμικό, θα αναφερόμαστε ξεχωριστά σε καθμία από αυτές. Συγκεκριμένα, θα παρουσιάσουμε την ερευνητική εργασία των Pratt (2000), Drier (2000, 2001) και Παπαριστοδήμου.

Ο Pratt (2000) παρατηρεί ότι παρά την εμφάνιση της έννοιας της πιθανότητας σε καθημερινές καταστάσεις και την ευρεία χρήση σχετικής ορολογίας, οι έρευνες καταγράφουν παρανοήσεις οι οποίες εξακολουθούν να υφίστανται ακόμα και μετά από σχετική διδασκαλία (Fischbein, 1975, Konold, 1991, Jones & Thornton, 2005). Για την ερμηνεία της παραπάνω κατάστασης ο Pratt προτείνει δύο πιθανές υποθέσεις: Y1) Το αντικείμενο των πιθανοτήτων είναι από τη φύση του δύσκολο στην κατανόηση, Y2) Η υπάρχουσα γνώση για το πώς μπορεί να υποστηριχθεί η ανάπτυξη τυπικής γνώσης για τις πιθανότητες είναι ακόμα ελλιπής ώστε να επιτρέπει το σχεδιασμό κατάλληλων μαθησιακών περιβαλλόντων.

Ο Pratt αναλαμβάνει να διερευνήσει τη δεύτερη υπόθεση στηριζόμενος στον Fischbein (1975, 1982). Ο Fischbein προτείνει ως στόχο για την πρακτική διδασκαλία των πιθανοτήτων τη δημιουργία δευτερογενών (secondary) διαισθητικών αντιλήψεων. Πιο συγκεκριμένα, προκειμένου να δημιουργηθούν ορθές πιθανοθεωρητικές αντιλήψεις προτείνει να εμπλακεί ενεργά ο μαθητής σε μια διαδικασία *εκτέλεσης πειραμάτων τύχης, πρόβλεψης αποτελεσμάτων και αποτίμησης πιθανοτήτων, σύγκρισης εκ των προτέρων υπολογισμένων πιθανοτήτων με αποτελέσματα μεμονωμένων και επαναλαμβανόμενων πειραμάτων κ.ά.*

Για τις ανάγκες της μελέτης του ο Pratt σχεδίασε και ανέπτυξε ειδικό μικρόκοσμο σε περιβάλλον BOXER (diDessa, 1993). Ο μικρόκοσμος περιλαμβάνει προσομοιώσεις φυσικών στοχαστικών πειραμάτων όπως: ρίψη κέρματος, ρουλέτα με βελάκι, ζάρι, ζεύγος ζαριών κ.α. Τα παιδιά-χρήστες των μικρόκοσμων μπορούν να επαναλάβουν όσες φορές θέλουν τα πειράματα και ταυτόχρονα να συλλέγουν μέσα στο μικρόκοσμο πληροφορίες όπως οι συχνότητες εμφάνισης των ενδεχομένων κλπ. Σκοπός του Pratt είναι αφενός να μπορέσουν τα παιδιά να εκθέσουν τις διαισθητικές αντιλήψεις τους ώστε να καταστούν παρατηρήσιμες και αφετέρου να καταγράψει την αναδυόμενη νοηματοδοσία σε σύνθετα στοχαστικά γεγονότα όπως το άθροισμα δύο ζαριών.

Η εργασία του Pratt συμβάλει στο ερευνητικό πεδίο που αφορά στον τρόπο με τον οποίο οι πόροι ενός μαθησιακού περιβάλλοντος είναι δυνατό να διαμορφώσουν τις αντιλήψεις των παιδιών.

Σε παράλληλη κατεύθυνση η Drier (2000, 2001) (Stohl, 2002) έχει ασχοληθεί στα πλαίσια της διδακτορικής της διατριβής με το σχεδιασμό και την αρχική ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου περιβάλλοντος για τη μάθηση των πιθανοτήτων με το όνομα Probability Explorer (<http://www.probexplorer.com>). Σχεδιαστικός στόχος στο συγκεκριμένο σύστημα είναι η δημιουργία ενός ανοικτού περιβάλλοντος που θα μπορεί να χρησιμοποιείται εύκολα από τους μαθητές για την προσομοίωση και διερεύνηση τυχαίων φαινόμενων. Επιπλέον το περιβάλλον μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία γνωστικών συγκρούσεων και την ενθάρρυνση του ενεργού αναστοχασμού για τη βελτίωση της κατανόησης των

πιθανοθεωρητικών εννοιών και της πιθανολογικής σκέψης. Η προσέγγιση της Drier για την αξιοποίηση των ΤΠΕ στην εξυπηρέτηση των παραπάνω στόχων στηρίζεται κυρίως στη χρήση πολλαπλών στατικών και δυναμικών αναπαραστάσεων που διευκολύνουν τη διερεύνηση των στοχαστικών φαινομένων.

Η Παπαριστοδήμου ακολουθεί μια διαφορετική οδό τόσο στην ηλικιακή περίοδο που απευθύνεται όσο και στο είδος του μικρόκοσμου που προτείνει. Ειδικότερα χρησιμοποιεί ένα μικρόκοσμο στον οποίο ένα σωματίδιο αναπηδά μέσα σε ένα δοχείο όπως ένα σωματίδιο ιδανικού αερίου ή μια σφαίρα σε τραπέζι χωρίς τριβές και με τέλειες κρούσεις. Στο τραπέζι υπάρχουν και μεγαλύτερης διαμέτρου σταθερά σωματίδια δύο διαφορετικών χρωμάτων. Η σύγκρουση του σωματιδίου σε κάποιο από τα σταθερά προκαλεί την αύξηση ή τη μείωση του ύψους ενός «διαστημόπλοιου». Ο μαθητής μπορεί να αλλάξει το πλήθος και το χρώμα των σταθερών σφαιρών. Είναι φανερό ότι η αναλογία του ενός ή του άλλου χρώματος καθορίζει τη θέση του διαστημόπλοιου. Το μοντέλο πίσω από το συγκεκριμένο μικρόκοσμο παραπέμπει στο πρόβλημα της «διαδρομής του μεθυσμένου». Με τη διάταξη αυτή η ερευνητρια μπορεί να μελετήσει τις αντιλήψεις μικρών παιδιών για την έννοια του τυχαίου. Τα παιδιά εμπλέκονται στο μικρόκοσμο στο πλαίσιο ενός παιχνιδιού σκοπός του οποίου είναι να μπορέσουν να ελέγξουν τη θέση του διαστημόπλοιου. Από τα αποτελέσματα των ερευνών με τον συγκεκριμένο μικρόκοσμο φαίνεται ότι μικρά παιδιά (5-8 ετών) είναι δυνατό να οικοδομήσουν την έννοια της πιθανότητας εφόσον συνειδητοποιούν ότι μπορούν να ελέγξουν το αποτέλεσμα (θέση του διαστημόπλοιου) χωρίς να χρειάζεται να ελέγξουν την τυχαία κίνηση του σωματιδίου.

Σύνοψη της επισκόπησης

Από τα παραπάνω παρατηρούμε ότι οι δύο πρώτες προσπάθειες αφορούν στην προσομοίωση τυχαίων συστημάτων που έχουν φυσικό ανάλογο και την εμπλοκή των μαθητών σε πειραματισμό υποστηριζόμενο από αναπαραστάσεις όπως διαγράμματα συχνότητας, εικονοδιαγράμματα κλπ. Τα σχετικά λογισμικά περιβάλλοντα απαιτούν για την αξιοποίησή τους την κατάκτηση μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων όπως τα αριθμητικά σύμβολα, οι αριθμητικές πράξεις, ο λόγος αριθμών, τα διαγράμματα, το όριο κλπ. Αυτά τα χαρακτηριστικά τα καθιστούν δύσκολα για παιδιά νηπιαγωγείου και θέτουν απαιτήσεις για αναπτυξιακή προσαρμογή. Η προσέγγιση της Παπαριστοδήμου έχει ενδιαφέρον για τα μικρά παιδιά επειδή ο μικρόκοσμος είναι σχεδιασμένος ώστε το τυχαίο πείραμα να επαναλαμβάνεται συνεχώς, ενώ η έννοια της σύγκλισης των σχετικών συχνοτήτων (εμπειρική πιθανότητα) οπτικοποιείται από τη σταθεροποίηση της θέσης του διαστημόπλοιου με τρόπο «φυσικό». Επιπλέον το παιχνίδι αποτελεί μέσο για την ευκολότερη εμπλοκή των παιδιών σε μια πιθανολογική (ή στοχαστική) δραστηριότητα. Η μελέτη του εύρους εφαρμογής και της επίδρασης της συγκεκριμένης προσέγγισης στα παιδιά απαιτεί ακόμα περισσότερη μελέτη.

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΙΚΡΟΚΟΣΜΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΓΙΑ ΝΗΠΙΑ

Από την επισκόπηση των παραπάνω προσεγγίσεων για την αξιοποίηση

ΤΠΕ στη μάθηση των πιθανοτήτων είναι δυνατό να διατυπωθούν βασικές αρχές και σχεδιαστικές επιλογές για την ανάπτυξη σχετικών μικρόκοσμων κατάλληλων για νήπια. Η έννοια του μικρόκοσμου έχει αξιοποιηθεί για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη διδασκαλία και τη μάθηση με τρόπους που να συνάδουν με τις σύγχρονες θεωρήσεις μάθησης (Papert, 1991, Noss, & Hoyles, 1996 Hoyles etal 2002).

Οι μικρόκοσμοι μπορούν να:

- Αξιοποιούν την έννοια της εμπειρικής πιθανότητας η οποία δίνει τη δυνατότητα για πειραματισμό και συλλογή δεδομένων με σκοπό να επιδράσουν στην ανάπτυξη των διαισθητικών αντιλήψεων των παιδιών για τις πιθανότητες.
- Συνδέουν την προσέγγιση των πιθανοτήτων με την ανάλυση δεδομένων ώστε οι αναπαραστάσεις της δεύτερης να λειτουργούν υποστηρικτικά στην πρώτη.
- Χρησιμοποιούν αναπαραστατικά συστήματα αναπτυξιακά κατάλληλα για τα νήπια (όχι ποσοστά, μεγάλους αριθμούς κλπ).
- Προσομοιώνουν, κατά το δυνατό, στοχαστικά συστήματα από τη σφαίρα των εμπειριών των νηπίων ώστε να είναι ελκυστικοί και να επιτρέπουν τη σύγκριση των φυσικών συστημάτων με τις προσομοιώσεις (δομικά και σε επίπεδο συμπεριφοράς).
- Είναι όσο το δυνατό πιο γενικοί ώστε να εφαρμόζονται σε διάφορα μαθησιακά σενάρια. Τα σενάρια μπορούν να έχουν παιγνιώδη μορφή, να λαμβάνουν υπόψη την αυθόρμητη εμπλοκή των παιδιών και να προβλέπουν τον ελεύθερο πειραματισμό.
- Επιτρέπουν στα παιδιά να παράγουν μεγάλο αριθμό πειραμάτων και διαθέτουν αναπαραστάσεις για τα αποτελέσματα όπως διαγράμματα συχνοτήτων ή/και σύγκρισης σχετικών συχνοτήτων.
- Διαμορφώνονται με τον καθορισμό από τα παιδιά ουσιαστών παραμέτρων σε κάθε πείραμα ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση στη μεταβολή της συμπεριφοράς των τυχαίων συστημάτων.

Από πλευράς τεχνολογίας λογισμικού οι μικρόκοσμοι είναι επιθυμητό να είναι διάφανοι ώστε να μπορεί να γίνει αντιληπτός ο τρόπος λειτουργίας τους και ανακνλώσιμοι ώστε να τροποποιούνται και να ξαναχρησιμοποιούνται ολόκληροι ή μέρη αυτών σε άλλα λογισμικά. Τέλος, είναι επιθυμητό να είναι προσβάσιμοι μέσω διαδικτύου ώστε να διευκολύνεται η πρόσβαση σε αυτούς χωρίς να χρειάζονται εγκατάσταση ή ιδιαίτερες ρυθμίσεις.

Με βάση τις παραπάνω σχεδιαστικές αρχές και επιλογές σχεδιάστηκαν και αναπτύχθηκαν μικρόκοσμοι σε περιβάλλον SCRATCH (<http://scratch.mit.edu>) οι οποίοι εντάσσονται στις επόμενες ενδεικτικές κατηγορίες: 1. Ορολογία/Δειγματικός χώρος, 2. προσομοιώσεις φυσικών στοχαστικών συστημάτων, 3. παιχνίδια, 4. «Διαδρομές μεθυσμένων»

Στα επόμενα περιγράφονται σύντομα οι μικρόκοσμοι. Η ανάπτυξη των συγκεκριμένων μικροεφαρμογών έγινε στο πλαίσιο του έργου «Ο ψηφιακός κόσμος της προσχολικής αγωγής» της κοινοτικής πρωτοβουλίας INTERREG III,

Ελλάδα-Κύπρος 2006. Οι μικρόκοσμοι θα είναι προσβάσιμοι από το δικτυακό τόπο του προγράμματος μαζί με συνοδευτικό υλικό όπως σενάρια δραστηριοτήτων κλπ. Κάποιες εκδόσεις των μικρόκοσμων (μΚ) έχουν δημοσιευθεί και στη διαδικτυακή κοινότητα του scratch.

ΟΙ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΙ ΜΙΚΡΟΚΟΣΜΟΙ

Κατηγορία Ορολογία/Δειγματικός χώρος. Ο μΚ1. Το παγωτατζίδικο (σχήμα 1) επιτρέπει στα παιδιά να φτιάχνουν παγωτά επιλέγοντας μία ή δύο γεύσεις από τέσσερις και να τα βγάζουν φωτογραφία. Επιτρέπει την υλοποίηση μαθησιακών σεναρίων σχετικών με τις διατάξεις και τους συνδυασμούς, τον υπολογισμό των ενδεχομένων κλπ.

Κατηγορία προσομοιώσεις φυσικών στοχαστικών συστημάτων

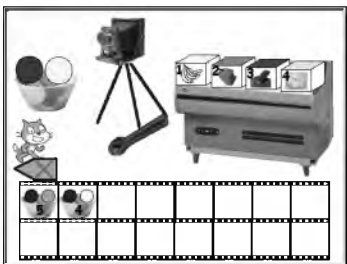
Στην κατηγορία αυτή εντάσσονται οι μΚ2. Το νόμισμα, μΚ3. Η ρουλέτα με βελάκι, μΚ4. Το tetotum (σχήματα 2-4 αντίστοιχα) και ο μΚ6, το δίκαιο κέρμα. Με εξαίρεση το μΚ2 οι μικρόκοσμοι αυτοί είναι προσαρμόσιμοι όσο αφορά στα αποτελέσματα. Οι περισσότεροι μΚόσμοι είναι διανθισμένοι με ιστόγραμμα συχνοτήτων και καταγραφή ιστορικού των αποτελεσμάτων. Αυτό επιτρέπει τη μεταφορά παρατηρήσεων κατά τον πειραματισμό από τον ένα μΚοσμο στον άλλο. Ο μΚ6 επιτρέπει τη συνεχή ρίψη δύο κερμάτων που μπορεί να μη είναι δίκαια ($p(K) \neq p(\Gamma)$). Ο συγκεκριμένος μΚ διαθέτει γραφική αναπαράσταση των εμπειρικών πιθανοτήτων ως ποσοστά του ίδιου ορθογωνίου δίνοντας έτσι μια γραφική απεικόνιση των πιθανοτήτων και της σύγκλισης.

Κατηγορία παιχνίδια

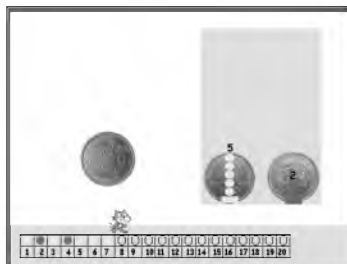
Οι μΚ5 αγώνες αυτοκινήτων και μΚ6. Η ρίψη των ζαριών για την εύρεση του αθροίσματος (σχήματα 5 & 6 αντίστοιχα) είναι παιχνίδια. Στο πρώτο κάθε παιδί ή ομάδα παιδιών επιλέγει ένα αυτοκίνητάκι με βάση το χρώμα και χρησιμοποιεί τη ρουλέτα για να αποφασίσει ποιο από αυτά θα προχωρήσει κατά ένα βήμα. Κερδίζει όποιο αυτοκίνητο φτάσει πρώτο στο τέρμα. Στο μΚ6 τα παιδιά ποντάρουν στα πιθανά αθροίσματα δύο «ζαριών» σέρνοντας πέντε πεσσούς στα αντίστοιχα πλαίσια. Κατόπιν ρίχνουν διαδοχικά τα ζάρια υπολογίζεται το άθροισμα και αφαιρείται ένας πεσός από το αντίστοιχο πλαίσιο, εφόσον υπάρχει. Το παιχνίδι τελειώνει όταν όλοι οι πεσσοί αφαιρεθούν. Κερδίζει η ομάδα που θα τελειώσει το παιχνίδι στις λιγότερες επαναλήψεις.

Κατηγορία «Διαδρομές μεθυσμένων»

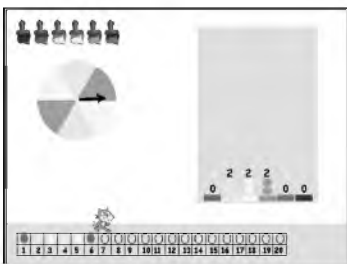
Στην κατηγορία αυτή ανήκει ο μΚ8 η μέλισσα. Μια μέλισσα επισκέπτεται συνεχώς δύο είδη λουλουδιών. Τα τετράφυλλα λουλούδια δεν έχουν γύρη (είναι πλαστικά) και έτσι η επίσκεψη σε αυτά αφαιρεί μια μονάδα μελιού από την κυψέλη σε αντίθεση με την επίσκεψη στο άλλο είδος λουλουδιού που προσθέτει μια μονάδα. Τα παιδιά μπορούν με κλικ να αλλάξουν το είδος κάθε λουλουδιού. Το μολυβάκι παράγει δυναμικά το διάγραμμα της διαθέσιμης ποσότητας μελιού στην κυψέλη. Η ποσότητα αυτή φαίνεται και στο βάζο. Τα παιδιά μπορούν να πειραματιστούν με διάφορες αρχικές συνθήκες (αρχική ποσότητα μελιού και αναλογία λουλουδιών) και να παρατηρήσουν την εξέλιξη.



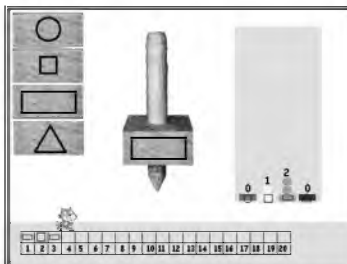
Σχήμα 1: Το παγοταξίδικο



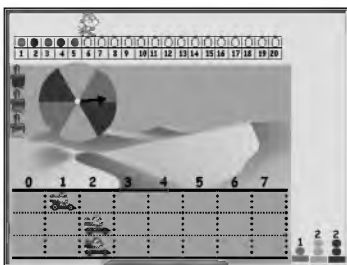
Σχήμα 2: Το κέσμα



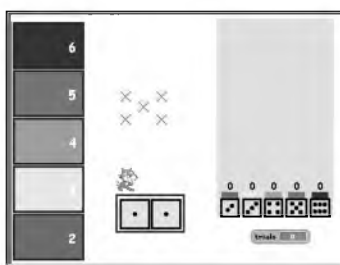
Σχήμα 3: Ρουλέτα με βελάκι



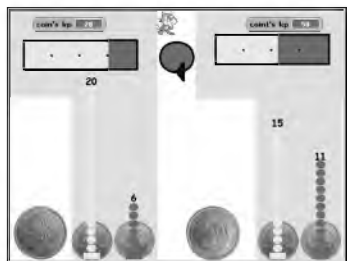
Σχήμα 4: Teetotum



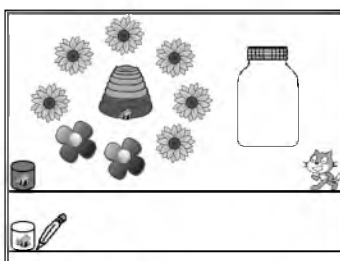
Σχήμα 5: Αγώνες αυτοκινητών



Σχήμα 6: Παιχνίδι με άθροισμα ζαριών



Σχήμα 7: Δίκαιο κέσμα



Σχήμα 8: Η μέλισσα

ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Η εκπαιδευτική έρευνα σχετικά με τη διδασκαλία των πιθανοτήτων σε νήπια δείχνει ότι είναι σημαντικό να αποκτήσουν τα παιδιά εμπειρίες στα στοχαστικά φαινόμενα ώστε να αναπτύξουν σταδιακά τυπική πιθανολογική σκέψη. Επιπλέον οι μικρόκοσμοι αποτελούν ενδιαφέρουσα προσέγγιση για την αξιοποίηση των ΤΠΕ στη βελτίωση της μάθησης των μαθηματικών και των πιθανοτήτων ειδικότερα δίνοντας ένα εκφραστικό μέσο στα παιδιά για να αναστοχαστούν στις διασθητικές τους αντιλήψεις καθώς αποτελεί και ένα διαγνωστικό εργαλείο για τους εκπαιδευτικούς. Στην περίπτωση των πιθανοτήτων είναι δυνατό να σχεδιάζονται συστηματικά αναπτυξιακά κατάλληλοι μικρόκοσμοι για την υποστήριξη μαθησιακών σεναρίων. Οι μικρόκοσμοι που παρουσιάστηκαν στη συγκεκριμένη εργασία αποτελούν μια πρόταση η οποία πρόκειται να ενσωματωθεί σε ένα ειδικά σχεδιασμένο πρόγραμμα σπουδών πιθανοτήτων και να επικυρωθεί παιδαγωγικά με εμπειρική έρευνα σε ρεαλιστικές συνθήκες νηπιαγωγείου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- diSessa, A., (1993). Towards an epistemology of physics. *Cognition and Instruction*, 10, 105-226.
- Drier, H. S. (2000). Children's meaning-making activity with dynamic multiple representations in a probability microworld. In M. Fernandez (Ed.), *Proceedings of the twenty-second annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education V2*, 691-696). Tucson, AZ
- Drier, H. S. (2001). Conceptualization and design of Probability Explorer: A research based journey towards innovative educational software. *Tech Trends* 45(2), 22-24.
- Falk R., Falk, R., & Levin I. (1980). A potential for learning probability in young children, *Educational Studies in Mathematics*, 11 181-204.
- Fischbein, E. (1975). The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Fischbein, E. (1982). Intuition and proof. *For the Learning of Mathematics*, 3(2), 9-19.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic. intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 96-105.
- Hoyles, C., Noss, R. & Adamson, R. (2002), Rethinking the microworld idea, *Journal of Educational Computing Research*, 27(1-2), 29-53
- Jones, G., & Thornton, C. (2005). An overview of research into the teaching and learning of probability. In Jones, G., (ed), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 65-92
- Jones, G., Langrall, C., Thornton, C., & Mogil, T. (1999). Students probabilistic thinking in instruction, *Journal for research in Mathematics Education* 30(5), 487-519

- Konold, C., (1991). "Understanding students' beliefs about probability". In von Glasersfeld, E. (ed), 1991, *Radical constructivism in Mathematics Education*, 139-156, Kluwer Academic Publishers, Netherlands
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996) *Windows on Mathematical Meanings: Learning Culture and Computers*. Dordrecht: Kluwer.
- Papariotodemou, E., & Noss, R., (2004), Designing for local and global meanings of randomness, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 497-504
- Papert S. (1991). *Νοητικές Θύελλες: Παιδιά, ηλεκτρονικοί υπολογιστές και δυναμικές ιδέες*. Αθήνα: Εκδόσεις Οδυσσέας (Ελληνική μετάφραση).
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1975), *The Origin of the Idea of Chance in Children*, W.W. Norton & Company, New York.
- Pratt, D., (2000). Making Sense of the Total of Two Dice *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5) 602-625
- Stohl, H., & Tarr, E. (2002). Developing notions of inference using probability simulation tools. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(3), 319-337.