■ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΩΣ ΠΛΑΙΣΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕ ΤΗ ΔΙΑΜΕΣΟΛΑΒΗΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Λούκας Τσούκκας

Τμήμα Επιστημών της Αγωγής
Πανεπιστήμιο Κύπρου
louevge@cytanet.com.cy

Περίληψη

Στην παρούσα έρευνα έγινε εφαρμογή μιας ενοποιημένης προσέγγισης της διδασκαλίας της γεωμετρίας με πλαίσιο την κατασκευή προβλήματος (ΚΠ) σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας. Οι δραστηριότητες σχεδιάστηκαν με βάση ένα προτεινόμενο Μοντέλο Κατασκευής Προβλήματος (ΜΚΠ), στο λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας (ΛΔΓ) EucliDraw. Μέσα απ' αυτές προβάλλει ο σημαντικός ρόλος και η συνεισφορά της δυναμικής γεωμετρίας στην κατάκτηση των γεωμετρικών εννοιών από τους μαθητές και στην ανάπτυξη των δεξιοτήτων τους στην κατασκευή προβλήματος.

Λέξεις Κλειδιά

Κατασκευή προβλήματος, Δυναμική Γεωμετρία.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

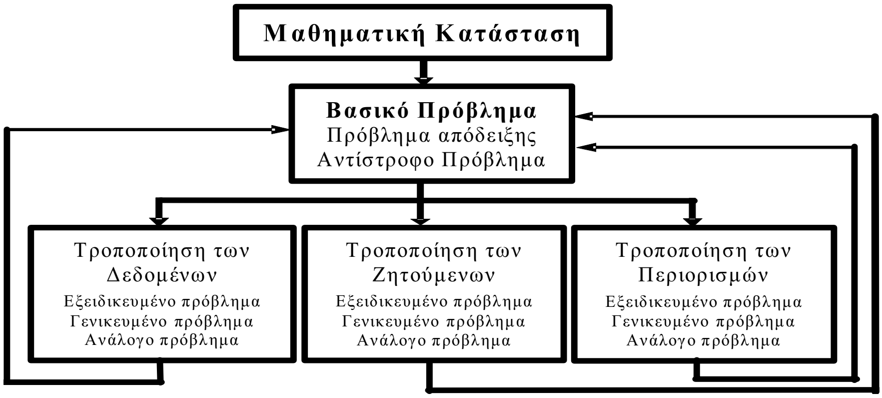
Πρόσφατες υποδείξεις για καινοτομίες στη μαθηματική εκπαίδευση προτείνουν να συμπεριληφθούν στη διδασκαλία δραστηριότητες, στις οποίες οι μαθητές να λύνουν, αλλά και να κατασκευάζουν προβλήματα (NCTM, 2000). Πολλοί μαθηματικοί, ερευνητές και παιδαγωγοί των μαθηματικών (Polya, 1954; Kilpatrick, 1987; Brown & Walter, 1993; Silver & Cai, 1996; English, 1998; Christou, Mousoulides, Pittalis & Pitta-Pantazi, 2004) θεωρούν την ΚΠ ως σημαντική μαθηματική δραστηριότητα.

Στη γεωμετρία με τα ΛΔΓ επιχειρείται ένας νέος τρόπος προσέγγισης των γεωμετρικών εννοιών. Τα λογισμικά αυτά επιτρέπουν στους μαθητές να διευρύνουν τις αντιλήψεις τους για τις γεωμετρικές έννοιες, καθώς επίσης και να ερευνούν, να ανακαλύπτουν και να επεκτείνουν τις μαθηματικές ιδέες. Καθιστούν με τον τρόπο αυτό αποδοτικότερη τη διδασκαλία της Γεωμετρίας με μια προσέγγιση κατασκευής προβλήματος (Contreras, 2003; Christou et al., 2004).

Οι πιο πάνω απόψεις υιοθετούνται στην παρούσα εργασία, στην οποία η ΚΠ αντιμετωπίζεται ως πλαίσιο διδασκαλίας της ΔΓ. Γεωμετρικές έννοιες που διδάσκονται στην Στ΄ τάξη δημοτικού σχολείου, ενσωματώθηκαν σε μια ενοποιημένη προσέγγιση της γεωμετρίας, που ξεκινά από ένα βασικό γεωμετρικό πρόβλημα και ακολουθεί την πορεία που καθορίζουν τα προβλήματα, που κάθε φορά οι μαθητές υποβάλλουν.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το ΜΚΠ (Διάγραμμα 1) έχει προταθεί από τον Contreras (2003). Προέκυψε από τη σύνθεση εισηγήσεων θεωρητικών, ερευνητών και παιδαγωγών των μαθηματικών (Polya, 1957; Walter & Brown, 1993; English, 1998). Οι λειτουργίες της γενίκευσης, ειδίκευσης και αναλογίας (Polya, 1957), η στρατηγική «What if not?», καθώς και η τροποποίηση των δεδομένων, ζητούμενων και περιορισμών του προβλήματος για παραγωγή νέων προβλημάτων (Polya, 1957) αποτελούν βασικά στοιχεία του Μοντέλου.



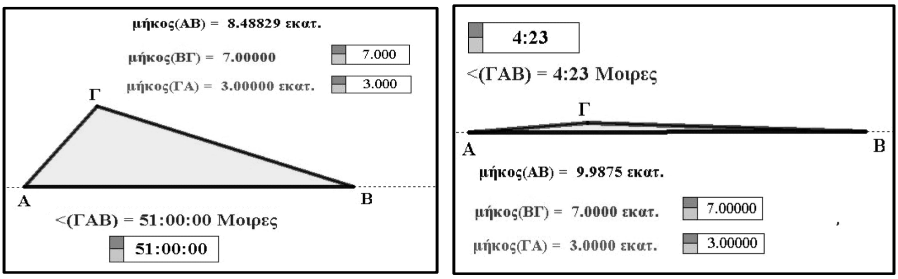
Διάγραμμα 1. Μοντέλο Κατασκευής Προβλήματος.

Στο πρόγραμμα διδασκαλίας το ΜΚΠ αποτελεί ένα σημείο εκκίνησης, μια αφετηρία, έναν εισηγητή προβλημάτων, ενώ το ΛΔΓ είναι το εργαλείο, που παράγει γρήγορα και διερευνά το ευρύ φάσμα των γεωμετρικών καταστάσεων, που προτείνονται από το ΜΚΠ. Στη συνέχεια παρουσιάζονται δείγματα δραστηριοτήτων που συμπεριλήφθηκαν στο πρόγραμμα διδασκαλίας με σκοπό α) να απεικονιστεί ο τρόπος με τον οποίο τα ΛΔΓ παρέχουν ευκαιρίες για διατύπωση υποθέσεων και κατασκευή προβλημάτων και β) να διευκρινιστεί η χρήση του ΜΚΠ μέσα από συγκεκριμένες γεωμετρικές καταστάσεις.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ - ΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

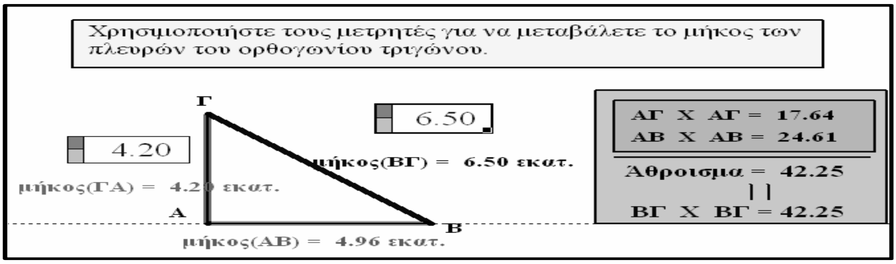
Δραστηριότητα 1: Τριγωνική ανισότητα

Η δραστηριότητα αυτή είχε ως στόχο να ανακαλύψουν οι μαθητές τη σχέση ανάμεσα στο μήκος των πλευρών ενός τριγώνου. Δόθηκε το πρόβλημα αφετηρία (Βασικό πρόβλημα στο ΜΚΠ): *«Πόσα διαφορετικά τρίγωνα μπορούμε να κατασκευάσουμε με ένα σύρμα μήκους 12 cm, εάν το μήκος κάθε πλευράς είναι ακέραιος αριθμός;»*. Οι μαθητές έλυσαν το πρόβλημα με τη βοήθεια του ΛΔΓ. Στη συνέχεια εργάστηκαν σε προκατασκευασμένο αρχείο (Σχήμα 2). Με τη βοήθεια του μετρητή μετέβαλλαν τη γωνία ΓΑΒ. Έτσι κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η πλευρά ΑΒ έχει πάντοτε μήκος μικρότερο από το άθροισμα του μήκους των δύο άλλων πλευρών του τριγώνου.



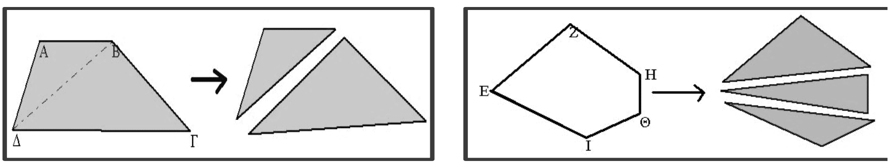
Σχήμα 2. Σχέση μεταξύ των πλευρών τριγώνου.

Δραστηριότητα 2: Σχέση μεταξύ των πλευρών ορθογωνίου τριγώνου
Σε προκατασκευασμένο αρχείο (Σχήμα 3) έγινε διερεύνηση σχετική με το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Για την εκτέλεση των αναγκαίων πράξεων, χρησιμοποιήθηκαν τα αντίστοιχα εργαλεία του προγράμματος Euclidraw. Οι μαθητές με τη βοήθεια των μετρητών μετέβαλλαν το μήκος των κάθετων πλευρών του τριγώνου.



Σχήμα 3. Σχέση μεταξύ των πλευρών ορθογωνίου τριγώνου – Πυθαγόρειο Θεώρημα

Δραστηριότητα 4: Άθροισμα γωνιών Πολυγώνων (νόμος του Euler)
Αρχικά έγινε διερεύνηση σχετική με το άθροισμα γωνιών τριγώνου και στη συνέχεια με το άθροισμα γωνιών πολυγώνου. Οι μαθητές εργάστηκαν στο ΛΔΓ, κατασκεύασαν πολύγωνα και με τη βοήθεια του εργαλείου «Διαχωρισμός Πολυγώνου» τα διαχώρισαν σε τρίγωνα (Σχήμα 4).



Σχήμα 4. Υπολογισμός του αθροίσματος των γωνιών τετραπλεύρου.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία περιγράφηκε μια προσέγγιση της γεωμετρίας μέσα σ' ένα πλαίσιο κατασκευής προβλήματος με τη διαμεσολάβηση λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας. Διαφάνηκε ότι το προτεινόμενο Μοντέλο Κατασκευής γεωμετρικού προβλήματος μπορεί να αποτελέσει τη βάση για μια προσέγγιση της δυναμικής γεωμετρίας μέσα σ' ένα πλαίσιο κατασκευής προβλήματος.

Διαφάνηκε επίσης, ότι τα ΛΔΓ αποτελούν αποτελεσματικά εργαλεία στη διδασκαλία της γεωμετρίας, καθώς και στην κατανόηση από τους μαθητές των γεωμετρικών εννοιών. Δίνουν ακόμη στο μαθητή τη δυνατότητα να κάνει υποθέσεις και να τις ελέγχει σε ελάχιστο χρόνο και με πολύ μεγάλη ευκολία. Το «παιχνίδι» με τα λογισμικά αυτά, η δυνατότητα δηλαδή της κίνησης των σχημάτων με το «σύρσιμο» του ποντικιού, επιτρέπει στους μαθητές να χειριστούν τα σχήματα και να παρατηρήσουν τα αποτελέσματα των χειρισμών τους σχεδόν στιγμιαία, καθιστώντας έτσι την κατασκευή και την εξέταση υποθέσεων μια ευχάριστη και δημιουργική δραστηριότητα (Christou et al., 2004).

Τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας ωθούν τους μαθητές να μάθουν να πειραματίζονται, να ψάχνουν για ακραίες περιπτώσεις, αρνητικά παραδείγματα και μη στερεότυπες αποδείξεις. Οι πληροφορίες που αποκτιούνται κατ' αυτόν τον τρόπο αποτελούν ένα βήμα προς τη διατύπωση γενικεύσεων και υποβολή προβλημάτων και υποθέσεων, οι οποίες πολλές φορές στη συνέχεια χρησιμοποιούνται ως βάση για νέες διερευνήσεις και ανακαλύψεις.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Brown, S. I., & Walter, M. (1993). *Problem Posing: Reflections and Applications*. Lawrence Erlbaum and Associates.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D. (2004). Proofs through exploration in dynamic geometry environments. *The 28th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Norway.

Contreras, J. N. (2003). A Problem-Posing Approach to Specializing, Generalizing, and Extending Problems with Interactive Geometry Software. *Mathematics Teacher, 96* (4), 270-276.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education, 29* (1), 83-106.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

National Council for Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: Va, NCTM.

Polya, G. (1957). *How to solve it* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by Middle School students. *Journal for Research in Mathematics Education, 27* (5), 521-539