Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΟΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ ΜΕΣΩ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΠΟΥ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ Τ. Π. Ε. ΈΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.

Νικολουδάκης Εμμανουήλ (M.ed)
Υποψήφιος διδάκτορας
στον τομέα Μεθοδολογίας και Διδακτικής των Μαθηματικών
Πανεπιστήμιο Αθηνών
E-mail: enikoloud@math.uoa.gr

Χουστουλάκης Εμμανουήλ
Μεταπτυχιακός Φοιτητής στο Τμήμα Διδακτικής της Τεχνολογίας & Ψηφιακών Συστημάτων (e-learning)
Πανεπιστήμιο Πειραιά
E-mail: manos_ted@yahoo.com

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία, δεδομένου ότι έχει αρχίσει και στην Ελλάδα η σταδιακή εκπόνηση αναλυτικών[1] προγραμμάτων που η εφαρμογή τους απαιτεί χρήση υπολογιστών στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση, παρουσιάζουμε μια πειραματική διδασκαλία προς την κατεύθυνση αυτή. Η πραγματοποίηση της διδασκαλίας, εστιαζόμενη σε αναπαραστάσεις οθόνης υπολογιστή, έλαβε χώρα στα πλαίσια της θεώρησής μας ότι η εισαγωγή των υπολογιστών στην εκπαίδευση πρέπει να στηριχθεί από ερευνητικές προσπάθειες που βοηθούν στην καλύτερη κατανόηση των ίδιων των αναγκών των μαθητών, στην υποστήριξη των δασκάλων για το σχεδιασμό της διδασκαλίας τους και για την ανάπτυξη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων με τη χρήση υπολογιστών. Προς τούτο, εδώ, προτείνεται η χρήση των ΤΠΕ σε συνδυασμό με ένα Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας που δομείται με βάση τη Θεωρία Κατασκευής της Γνώσης (constructivism) και τη θεωρία των Διδακτικών Καταστάσεων (the Theory of Didactic Situations) του G.Brousseau.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: *Αναπαράσταση, Λογισμικά Sketchpad, Function Probe, Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο μέσος άνθρωπος επηρεασμένος από εκείνα που μαθαίνει στο σχολείο πιστεύει ότι τα Μαθηματικά αποτελούν ένα σύνολο από τύπους, κανόνες και τεχνικές χρήσιμες για τους υπολογισμούς και ίσως για την κατανόηση κάποιων άλλων επιστημών. Η αλήθεια είναι ότι στο ελληνικό, και όχι μόνο, σχολείο μπορεί κάποιος να μαθαίνει κανόνες, πράξεις και θεωρίες όμως δεν του μαθαίνουν να διακρίνει τα Μαθηματικά που κρύβονται πίσω από ένα σωρό πράγματα με τα οποία έρχεται σε επαφή ή που χρησιμοποιεί σε καθημερινή βάση. Υπάρχουν όμως αρκετά παραδείγματα που μπορούν να δοθούν και να αποτελέσουν σημείο για να κεντρίσουμε το ενδιαφέρον των μαθητών μας για τα Μαθηματικά. Για παράδειγμα το παραβολικό σχήμα των προβολέων του αυτοκινήτου. Το εξάγωνο σχήμα που δίνουν οι μέλισσες στην κερήθρα. Η αξία των μιγαδικών για το εναλλασσόμενο ρεύμα. Το γεγονός ότι οι Αρχαίοι Αιγύπτιοι δεν θα μπορούσαν να ξαναβρούν τα όρια των χωραφιών τους, αν μετά από κάθε πλημμύρα του Νείλου δεν χρησιμοποιούσαν τη Γεωμετρία. Το ότι θα ήταν αδύνατο να φτάσουν ποτέ τα διαστημόπλοια στη Σελήνη ή στον Άρη αν προηγουμένως δεν είχαν περιγραφεί λεπτομερώς οι τροχιές τους με τη βοήθεια μαθηματικών εξισώσεων. Ότι οι υπολογιστές χρησιμοποιούν το δυαδικό σύστημα αρίθμησης και την Άλγεβρα Boole ή ότι οι γιατροί δεν θα μπορούσαν να προβλέψουν μια πιθανή

[1] ΥΠΕΠΘ-Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (1998). Η Πληροφορική στο Σχολείο. Αθήνα.

καρδιακή προσβολή χωρίς τη θεωρία πιθανοτήτων και τη στατιστική. Τα μαθηματικά λοιπόν βρίσκονται παντού γύρω μας και ως παγκόσμια γλώσσα συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση του κόσμου που μας περιβάλλει. Χρειάζεται όμως κάποια προσπάθεια για να τα ανακαλύψουμε και να τα κατανοήσουμε. Εδώ καθοριστικό ρόλο παίζει η εκπαίδευση. Η τεχνολογία σήμερα συμπαρίσταται στο δύσκολο έργο της Διδακτικής των Μαθηματικών με ένα δυναμικό και πολύ ελκυστικό τρόπο. Εκείνο που πρέπει είναι η ανάγκη να κατανοήσουν οι εκπαιδευτικοί το ρόλο και την αξία των ΤΠΕ.

ΠΩΣ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΔΙΔΑΞΟΥΜΕ ΠΙΟ ΕΥΚΟΛΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ;

Δεδομένων των δυσκολιών που οι μαθητές αντιμετωπίζουν κατά τη διδασκαλία των Μαθηματικών, εύλογα γεννάται το ερώτημα: πως μπορούμε να διδάξουμε τα Μαθηματικά έτσι ώστε να γίνουν κατανοητά από τους μαθητές μας; Η Διδακτική των Μαθηματικών στηριζόμενη στην Ψυχολογία, τη Φιλοσοφία και την Ιστορία των εννοιών έχει αναλάβει το δύσκολο ρόλο του να δώσει λύση σε προβλήματα κατανόησης. Η παρούσα εργασία εστιάζεται στις αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή.

Η ιδέα της χρήσης εικονικών αναπαραστάσεων στην πρακτική των μαθηματικών δεν είναι βέβαια καινούρια, καθώς οι οπτικές αναπαραστάσεις, όπως τα διαγράμματα, οι γραφικές παραστάσεις και τα σχέδια θεωρούνταν ανέκαθεν απαραίτητα εργαλεία στο έργο των μαθηματικών (Rival, 1987). Μεγάλοι μαθηματικοί παιδαγωγοί, όπως ο Poincare εισηγήθηκαν ότι η χρήση εικονικών αναπαραστάσεων αποτελεί απαραίτητο στοιχείο στην επίλυση μαθηματικού προβλήματος και υποστήριξαν τη χρήση οπτικών αναπαραστάσεων από τους μαθητές στην επίλυση δικών τους προβλημάτων (Poincare,1963).

α. Θέσεις της Ψυχολογίας. Η έννοια της αναπαράστασης είναι κεντρική στις απόπειρες της Ψυχολογίας (γνωστικής, εξελικτικής, κοινωνικής και πολιτισμικής), η οποία προσπαθεί να ερμηνεύσει τον τρόπο με τον οποίο ο άνθρωπος κατασκευάζει τη γνώση ή αλλιώς "μαθαίνει". Στα πλαίσια της γνωστικής ψυχολογίας, οι Markman & Dietrich (2000), θεωρούν ως αναπαράσταση τις ενδιάμεσες καταστάσεις (mediating states), που διαμορφώνονται στο εσωτερικό ενός συστήματος που χρησιμοποιεί πληροφορίες για να επιτύχει ή να διευρύνει τους στόχους του και που περιέχουν πληροφορίες για την τρέχουσα κατάσταση του περιβάλλοντος με το οποίο αλληλεπιδρά το σύστημα και υφίστανται αλλαγές επηρεαζόμενες από και επηρεάζοντας το περιβάλλον. Το ίδιο το σύστημα διαθέτει εσωτερικές διαδικασίες οι οποίες επιδρούν στις ενδιάμεσες καταστάσεις και αντίστοιχα επηρεάζονται από αυτές.

Ο Randall (Randall κ.α., 1993), ωστόσο υποστηρίζει ότι η αναπαράσταση μπορεί να γίνει κατανοητή μέσα από ένα πενταπλό πρίσμα: ως υποκατάστατο για το αντικείμενο που αναπαριστάται, ως συζήτηση για τον τρόπο με τον οποίο σκεφτόμαστε για τον κόσμο, ως αποσπασματική θεωρία της σκέψης, αποτελεί ένα μέσο οργάνωσης πληροφοριών χρήσιμων για την εξαγωγή συμπερασμάτων και τέλος είναι ένα μέσο έκφρασης. Οι αναπαραστάσεις παρόλο ότι είναι ατελείς σύμφωνα με τις δύο παραπάνω προσεγγίσεις της γνωστικής επιστήμης (cognitive science) και αποτελούν μια ατελή αποτύπωση του περιβάλλοντος είναι χρήσιμες γιατί μας προσφέρουν μια σημαντική διάσταση της ανθρώπινης σκέψης και μας προσφέρουν μια βάση για εκπαιδευτική διάγνωση και παρέμβαση.

Στην εξελικτική ψυχολογία τη θέση του συστήματος που αναπαριστά παίρνει ο άνθρωπος, ενώ το περιβάλλον συγκεκριμενοποιείται ανάλογα σε φυσικό, κοινωνικό, συμβολικό και, τελευταία, με την εξάπλωση των ΤΠΕ και σε εικονικό (Komis, 1993a).

Πρόσφατα συμπεράσματα ερευνών πάνω στην έννοια της Αναπαράστασης οδηγούν στη διάκριση ανάμεσα στο υλικό σύμβολο, το σημαίνον (signifier), και την έννοια, η οποία αναπαρίσταται με το σύμβολο, σημαινόμενο (signified). Το γεγονός, ότι ένα σύμβολο αντιστοιχεί σε μια έννοια του νου, οδηγεί, με τη σειρά του στη διάκριση ανάμεσα στην Εξωτερική Αναπαράσταση (external representation) και την Νοητική ή Εσωτερική Αναπαράσταση (internal representation) δηλ. στους εσωτερικούς μετασχηματισμούς που οικοδομούν οι μαθητές προκειμένου να αναπαραστήσουν την πραγματικότητα. Οι Goldin & Kaput (1996) διακρίνουν τα εσωτερικά και τα εξωτερικά συστήματα αναπαράστασης υποστηρίζοντας ότι η διάκριση αυτή είναι ουσιαστικής σημασίας για την ψυχολογία και τη μάθηση των μαθηματικών. Η φύση των νοητικών αναπαραστάσεων είναι πιο ασαφής, επειδή δεν μπορούν να παρατηρηθούν απευθείας και συμπεραίνουμε την ύπαρξή τους λόγω της εξωτερικής συμπεριφοράς των μαθητών. Οι εξωτερικές αναπαραστάσεις δρουν ως ερεθισμοί στις αισθήσεις και συνίστανται από διαγράμματα, πίνακες, γραφικές παραστάσεις, διάφορα μοντέλα, γραφικά των computers καθώς και τυπικά σύμβολα και άλλες παραστάσεις της γλώσσας των Μαθηματικών. Σε κάθε μαθησιακή διεργασία παρεμβαίνουν οι αναπαραστάσεις που κάνουν οι μαθητές για τις έννοιες ή τα αντικείμενα που τους διδάσκουμε. Αξίζει δε να λάβουμε υπόψη μας την υπόθεση του Bachelard για τις αναπαραστάσεις ότι δηλ. σε οποιαδήποτε ηλικία, το πνεύμα δεν είναι ποτέ, tabula rasa.

Κατά τον Bruner (1966), στη διάρκεια της ανάπτυξης του παιδιού εμφανίζονται τρία είδη αναπαραστάσεων: η πραξιακή αναπαράσταση (Enactive), η εικονιστική αναπαράσταση (Iconic) και η συμβολική (symbolic) αναπαράσταση που είναι ο πιο πρόσφορος τρόπος αναπαράστασης των πληροφοριών και στηρίζεται στην ανθρώπινη ικανότητα να αναπαριστά την εξωτερική πραγματικότητα με σύμβολα ή συστήματα συμβόλων αφηρημένα, τα οποία το άτομο μπορεί να χειρίζεται εσωτερικά, όπως λέξεις, μαθηματικά σύμβολα,, σήματα κ.λ.π. Η γλώσσα είναι μια καθαρή μορφή συμβολικής αναπαράστασης. Ο Bruner υποστηρίζει, ότι τα τρία αυτά στάδια συνυπάρχουν στο παιδί ανεξάρτητα από την ηλικία και επομένως κάθε θέμα μπορεί να διδαχθεί αποτελεσματικά με τρόπο πνευματικά έντιμο σε κάθε παιδί, μιλώντας δηλαδή στη γλώσσα του, σε οποιοδήποτε στάδιο ανάπτυξης. Οι περιβαλλοντικοί παράγοντες επιδρούν και διαμορφώνουν καθοριστικά την εμπειρία και κατ’ επέκταση τη μάθηση, η οποία αντιμετωπίζεται ως μια διαδικασία μεταξύ του μαθητή και των πολιτιστικών και επικοινωνιακών στοιχείων του περιβάλλοντος.

Η σοβιετική σχολή των Vygotsky και Leontiev θεωρεί πως τα εργαλεία της συμβολικής έκφρασης των αναπαραστάσεων ομιλία, γραφή, εικόνες έχουν κυρίως κοινωνικό περιεχόμενο, γιατί όχι μόνο αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της κοινωνίας, αλλά και δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν από τα νεότερα μέλη αυτής της κοινωνίας, έξω από το πλαίσιο της κοινωνικής αλληλεπίδρασης στα πλαίσια της οποίας τοποθετείται και η Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης (Zone of Proximal Development). Σύμφωνα δε με τον L. Vygotsky τονίζεται ότι η γλώσσα δεν είναι απλώς έργο, έτοιμο αποτέλεσμα, αποστεωμένη και αμετάβλητη γλωσσική δομή, αλλά ενέργεια δημιουργική, αναπτυσσόμενη διαδικασία και αποτελεί ένα ιδιαίτερο όργανο επικοινωνίας που σχετίζεται με τη σκέψη. (Δαφέρμος, 2002).

Ο ρόλος του περιβάλλοντος στις αναπαραστάσεις που αναπτύσσουν οι άνθρωποι, διαφοροποιείται ανάλογα με την προσέγγιση. Στη βιολογικής προέλευσης θεωρητική προσέγγιση του Piaget, τα διάφορα στάδια της γνωστικής ανάπτυξης και οι αναπαραστάσεις τις οποίες μπορεί να έχει το παιδί εξαρτώνται κυρίως από την ωρίμανση και τις εμπειρίες του παιδιού και λιγότερο από τις κοινωνικές επιδράσεις που δέχεται.

Πάντως σε κάθε περίπτωση οι αναπαραστάσεις συνεπικουρούν στη μάθηση με πρωτεύουσες τις οπτικές, αλλά και τις όποιες άλλες που τα multimedia και hypermedia στη σύγχρονη τεχνολογία υποστηρίζουν.

β. Ο Υπολογιστής. Αυτό που είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον όμως σήμερα εμφανίζεται στα πλαίσια του τι προσφέρει η σύγχρονη τεχνολογία για να βοηθήσει στη μάθηση. Δεν θα απαριθμήσουμε τις ήδη πολυσυζητημένες διευκολύνσεις που παρέχουνται μέσω του υπολογιστή και των ΤΠΕ. Θα περιοριστούμε μόνο στο να αναφέρουμε ότι ένα DGS[2], όπως το Cabri εισάγει ένα ιδιαίτερο είδος εικόνων που μπορούν να συρθούν και να αλλάξουν κάτω από την επίδραση του συρσίματος (Mariotti**,** 2003). Από την προοπτική του Vygotsky, με το **Dragging** δημιουργείται ένα «εργαλείο σημειωτικής διαμεσολάβησης». Ο N.Balacheff[3] ισχυρίζεται ότι αυτή η μετάβαση από την οθόνη του υπολογιστή στα μαθηματικά είναι μια διαδικασία *modelling.* Οι Εμμ. Νικολουδάκης & Σ. Ιωάννου (2003) θεωρούν ότι το υπολογιστικό περιβάλλον συμβάλλει με την “αλλαγή" γλώσσας - δεδομένου ότι το λογισμικό χρησιμοποιεί τη δική του γλώσσα επικοινωνίας κι αλληλεπίδρασης - στην αλλαγή του τρόπου επικοινωνίας αποσκοπώντας και επιτυγχάνοντας καλύτερα αποτελέσματα στη διαδικασία διδασκαλίας μάθησης σε σχέση με την παραδοσιακή μετωπική διδασκαλία.

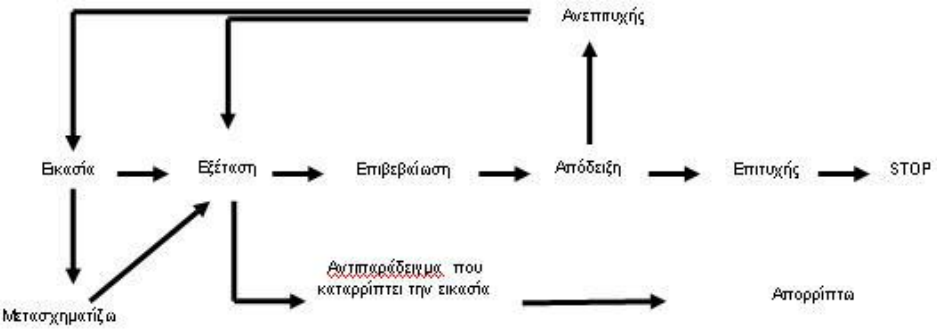
Επίσης, ο David Tall (1993j) σημειώνει ότι τόσο η **κάθετη** όσο και η **οριζόντια ανάπτυξη** – κατά τον Piaget και τους συγγραφείς που ακολούθησαν μετά από αυτόν - θέτουν δυσκολίες στο άτομο. Η κάθετη ανάπτυξη απαιτεί άφθονο χρόνο για την εξοικείωση με μια δοσμένη διαδικασία για να της επιτρέψει να εσωτερικευτεί και επίσης για την απαραίτητη γνωστική αναδιοργάνωση της διαδικασίας σε αντικείμενο. Η οριζόντια ανάπτυξη απαιτεί την ταυτόχρονη κατανόηση δύο ή περισσοτέρων διαφορετικών αναπαραστάσεων και τις συνδέσεις μεταξύ τους, το οποίο είναι πιθανόν να προσδώσει γνωστική αγωνία στις βραχυπρόθεσμες πηγές της μνήμης. **Αυτές οι δυσκολίες μπορούν να περιοριστούν με ποικίλους τρόπους χρησιμοποιώντας ένα περιβάλλον υπολογιστή για να παρέχει υποστήριξη**. **Το λογισμικό μπορεί να είναι σχεδιασμένο για να διεκπεραιώνει μερικές από τις διαδικασίες, αφήνοντας το μαθητή να συγκεντρωθεί σε άλλες που θα επιλέξει να εστιάσει την προσοχή του.** Η ακολουθία της μάθησης στην κάθετη ανάπτυξη μπορεί να τροποποιηθεί παρέχοντας περιβάλλοντα, τα οποία επιτρέπουν τη μελέτη ανώτερων εννοιών με μια διαισθητική μορφή πριν ή την ίδια στιγμή που αυτές κατασκευάζονται. Οι οριζόντιοι δεσμοί μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων μπορεί να είναι προγραμματισμένοι με τέτοιο τρόπο, που το άτομο να χειρίζεται μια αναπαράσταση και να μπορεί να βλέπει τις συνέπειες της ενέργειάς του σε άλλες συνδεδεμένες αναπαραστάσεις. Επιπλέον, επειδή ο υπολογιστής μπορεί να προγραμματιστεί για να ανταποκρίνεται με έναν εκ των προτέρων ορισμένο τρόπο, μπορεί να παράσχει ένα περιβάλλον, μέσα στο οποίο ο μαθητής μπορεί να εξερευνήσει τις συνέπειες επιλεγμένων ενεργειών για να προβλέψει και να ελέγξει υπό κατασκευή θεωρίες.

Τέλος ο Φ. Καλαβάσης (1997) σημειώνει: «Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι οι απαιτήσεις ικανοτήτων σε τεχνολογικό περιβάλλον συγκλίνουν κατ’ απόλυτο τρόπο με τις διδακτικές προτάσεις των θεωριών μάθησης και της επιστημολογίας όπως αυτές συντίθενται από τη Διδακτική των Μαθηματικών».

Κατά τον Piaget, ο μαθητής κατασκευάζει με ενεργητικό τρόπο τις νοητικές του δομές, οι οποίες αποτελούν μοντέλα ή, αλλιώς, αναπαραστάσεις του εξωτερικού του κόσμου. Σύμφωνα λοιπόν με την ***πρώτη υπόθεση*** της **Θεωρίας της Κατασκευής της Γνώσης**, με βάση τον Piaget, **εκείνος που "ενεργεί" μαθαίνει**. Ο υπολογιστής από την πλευρά του αποτελεί εργαλείο που δίνει την δυνατότητα στο μαθητή να ενεργεί. Και όχι απλά να ενεργεί αλλά να επαναλαμβάνει τις ενέργειές του όσες φορές θέλει, να πειραματίζεται, να παρατηρεί, να αναπτύσσει εικασίες και να διαπιστώνει την ισχύ ή την άρνηση τους, να μετασχηματίζει κ.λ.π. (σχήμα 1).

[2] Η ακόλουθη παρατήρηση αφορά τύπους λογισμικών που μοιράζονται με Cabri το γενικό χαρακτηριστικό γνώρισμα του ‘drag mode’ παραδείγματος χάριν το Sketchpad ή Geometric Supposer.

[3] N. Balacheff Learning mathematics as modelling http://mathforum.org/technology/papers/



Σχήμα 1

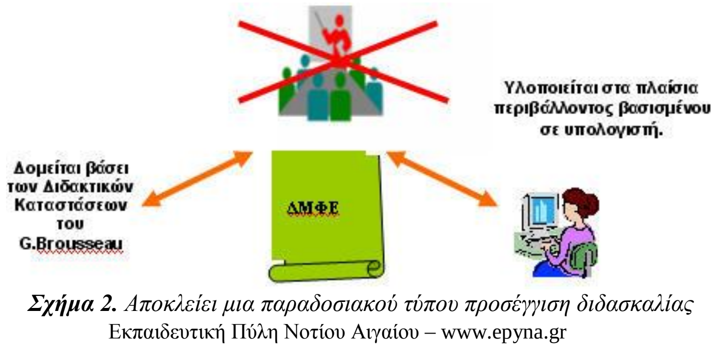
γ. Ένα Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας (ΔΜΦΕ). Στην διδασκαλία μας θεωρήθηκε απαραίτητος ο συνδυασμός του Υπολογιστή με ένα Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας (Νικολουδάκης, Χουστουλάκης, 2004). Ένα Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας είναι τέτοιο ώστε:

1. **να αποκλείει μια παραδοσιακού τύπου προσέγγιση διδασκαλίας,**
2. **να προσεγγίζει τις Διδακτικές Καταστάσεις του G.Brousseau, (**Sierpinska**,** 1999/2002, Γαγάτσης, 1993), **και**
3. **να υλοποιείται στα πλαίσια περιβάλλοντος βασισμένου σε υπολογιστή.** (σχήμα 2)

Προκειμένου δε να πετύχουμε να κατασκευάσουμε ένα Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας στηριζόμαστε σε **τέσσερις αρχές - άξονες δομής του:**

1. **της μη μεταφοράς της πληροφορίας.**
2. **της κινητοποίησης προς ανακάλυψη.**
3. **της αναγκαιότητας ορισμών και θεωρημάτων.**
4. **των υπομνήσεων και των διαδοχικών βημάτων.** (βλέπε Νικολουδάκης, Χουστουλάκης, 2004).

Θέλουμε να τονίσουμε εδώ τη σημασία της σύνδεσης ενός ΔΜΦΕ και των πολλαπλών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις ενός υπολογιστικού περιβάλλοντος έχουν διττό ρόλο, διότι πρώτον δίνουν την ευκαιρία στο δάσκαλο να κινητοποιήσει το μαθητή με ένα κατάλληλο ερώτημα ικανοποιώντας έτσι το δεύτερο άξονα δομής ενός ΔΜΦΕ και δεύτερον δίνουν την ευκαιρία σύγκρισης αντικειμένων, που είτε φαίνεται να μοιάζουν οπότε πρέπει να τα «ονοματίσουμε», δηλ. να τα ορίσουμε για να τα ξεχωρίζουμε, είτε απαιτούν απόδειξη για να γενικευτούν ικανοποιώντας έτσι τον τρίτο άξονα δομής του ΔΜΦΕ. Τέλος δίνεται η ευκαιρία μέσα από την οθόνη και μέσω του animation να «ζωντανέψουν» και να γίνει έτσι εν τάχη υπόμνηση απαραίτητων γνώσεων ικανοποιώντας και τον τέταρτο άξονα του ΔΜΦΕ.



Σχήμα 2. *Αποκλείει μια παραδοσιακού τύπου προσέγγιση διδασκαλίας*

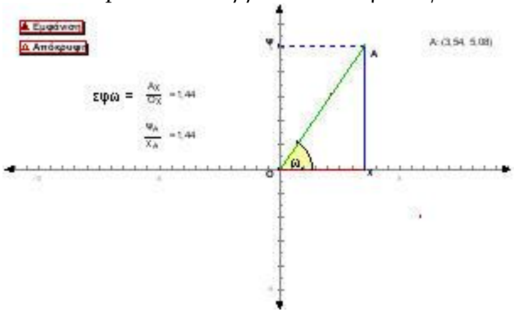
Η ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

Παραθέτουμε τώρα το ΔΜΦΕ από την πειραματική διδασκαλία της ψ=αχ+β, που πραγματοποιήθηκε στην Α' Τάξη στο 7ο Εν. Λύκειο Περιστερίου και στα πλαίσια του προγράμματος ενδοσχολικής επιμόρφωσης στις Τ.Π.Ε. που παρείχε το Υ.Π.Ε.Π.Θ. Έγινε χρήση των λογισμικών Sketchpad και Function Probe σε συνδυασμό με ΔΜΦΕ. Τη διδασκαλία η οποία και μαγνητοσκοπήθηκε παρακολούθησαν επιμορφούμενοι καθηγητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης με τον επιμορφωτή του προγράμματος κ. Σ. Ιωάννου. Σημειώνουμε όμως ότι το διδακτικό εγχειρίδιο της Α΄ λυκείου (Ανδρεαδάκης κ.α.(2003) σελ.63-64) σελ. 73 αναφέρει «*Ας θεωρήσουμε τη συνάρτηση* $f(x) = \sqrt{3}x + 3$ *Όπως πρακτικά διαπιστώσαμε στο Γυμνάσιο η γραφική παράσταση της f είναι μία ευθεία γραμμή…*». Θα πρέπει εδώ να παρατηρήσουμε ότι το βιβλίο αφήνει την ευθύνη υπόμνησης από το Γυμνάσιο, του γεγονότος ότι η γραφική παράσταση της $f(x) = \sqrt{3}x + 3$ είναι μία ευθεία γραμμή, στον διδάσκοντα.

Οι ερωτήσεις που ακολουθούν - στο μέρος Β - πιο κάτω στόχευαν σε απαντήσεις που θα προέκυπταν μετά από παρατηρήσεις των μαθητών στην οθόνη του υπολογιστή.

Α. Υπομνήσεις: Η εφαπτομένη γωνίας: Η εφαπτομένη γωνίας. Οι μαθητές καλούνται να ανοίξουν το αρχείο του sketchpad που βρίσκεται στην επιφάνεια εργασίας. Εδώ υπενθυμίζουμε τον ορισμό της εφαπτομένης, ο οποίος θα χρειαστεί στη συνέχεια, με τη βοήθεια του λογισμικού.

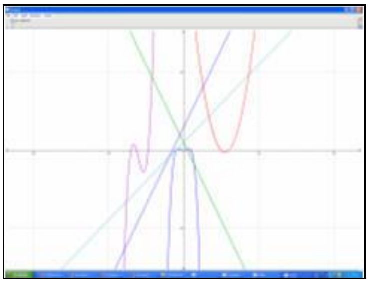
Ανοίξτε με διπλό κλικ το sketchpad -1 που βρίσκεται στην επιφάνεια εργασίας.



Β. Η ψ = αx+β α, β $\in$ R.

Με τη βοήθεια του Function Probe παρατήρησε τη γραμμή που σχηματίζουν τα ίχνη των σημείων, όταν οι συντεταγμένες τους x , y συνδέονται με τις σχέσεις:

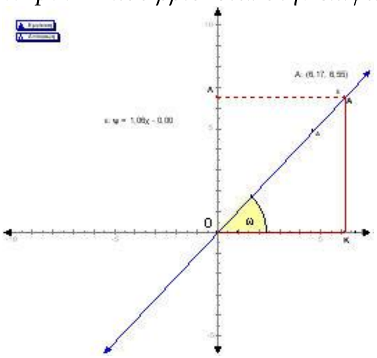
(α) $y = 2x+3$ (β) $y = x^2 -11x+30$ (γ) $y = -2x+1$ (δ) $y = x+1$ (ε) $y=3x^3+54x^2+320x+623$
(ζ) $y = -x^4+x^2$



1. Ποιες από αυτές είναι ευθείες;

2. Ποιο κοινό χαρακτηριστικό έχουν αυτές που είναι ευθείες;
3. Ποιες από τις (α) y = x-3 (β) y = 2x +9 (γ) y = 2x4-3 (δ) y=x3-9 (ε) y = -3x, είναι εξισώσεις ευθείας, χωρίς να χρησιμοποιήσετε τώρα τον υπολογιστή;
4. Ποια είναι η γενική μορφή ευθειών;

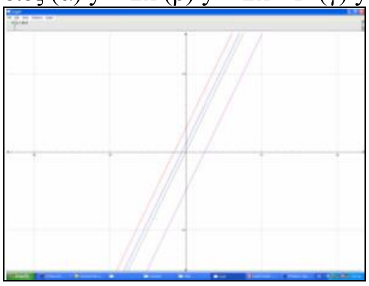
Ανοίξτε με διπλό κλικ το sketchpad-2 που βρίσκεται στην επιφάνεια εργασίας.



5. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία με την ευθεία;

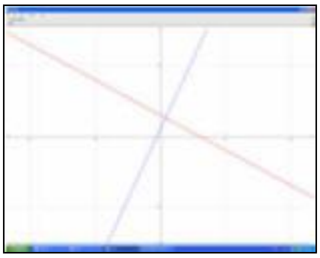
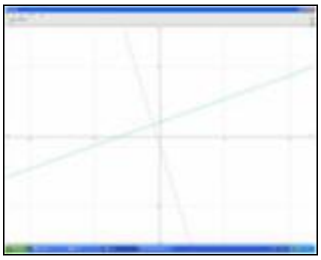
Συζητείται και ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης ευθείας.

6. Να σχηματίσετε τις ευθείες (α) y = 2x (β) y = 2x +1 (γ) y = 2x+3 (δ) y= 2x-5



7. Τι παρατηρείτε;
8. Ποιο κανόνα μπορείτε να διατυπώσετε;
9. Να σχηματίσετε τις ευθείες (α) y = 2x+1 και (β) $y=-\frac{1}{2}x+3$.

   Ομοίως (γ) y = -3x-1 και (δ) $y=\frac{1}{3}x+2$. Ομοίως (ε) y=x και (ζ) y=-x

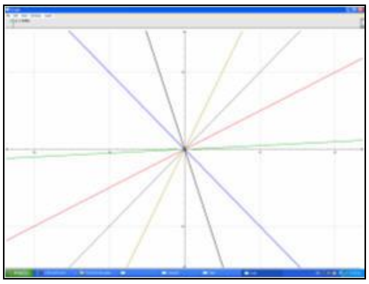
 

10. Τι παρατηρείτε;
11. Να συμπληρώσετε τον πίνακα

Συντελεστής διεύθυνσης	Συντελεστής διεύθυνσης	Γινόμενο συντελεστών διεύθυνσης
α_1	α_2	$\alpha_1\ \alpha_2$

12. Τι παρατηρείτε;
13. Ποιο κανόνα μπορείτε να διατυπώσετε;
14. Πάρτε ένα νέο φύλλο στο Function Probe και γράψε τις

(α) y = x (β) y = 2x (γ) y = -3x (δ) y = -x (ε) y = 0.5x (ε) y = $-\frac{1}{20}$x



15. Τι παρατηρείτε;
16. Ποιες από τις y = αx + β διέρχονται από την αρχή των αξόνων;
17. Ποιον κανόνα μπορείτε να διατυπώσετε;

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Στο Δ.Μ.Φ.Ε. κινηθήκαμε μέσα στα πλαίσια των τεσσάρων βασικών αξόνων δομής του Φ.Ε. Συγκεκριμένα:

1ος άξονας: Δεν είπαμε στους μαθητές «τι είναι συνάρτηση» ούτε ότι η f(x) = α.x+β. είναι μία ευθεία γραμμή.

2ος άξονας: Κινητοποιήσαμε τους μαθητές με την πρόκληση της ταχύτητας σχηματισμού των γραφικών παραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή.

3ος άξονας: Η αναγκαιότητα του ορισμού για διάκριση της συνάρτησης f(x) = α.x+β από άλλες όχι πρωτοβάθμιες.

4^{ος} άξονας: Ως **υπόμνηση** θεωρήσαμε ότι απαιτείτο η έννοια της εφαπτομένης για να ορίσουμε και να κατανοήσουν το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας.

Παρατήρηση: Η αναπαράσταση στην οθόνη **δεν αποτελεί απόδειξη** ότι η f(x) = α.x+β είναι μία ευθεία γραμμή **όμως ο μαθητής πείθεται** γι' αυτό.

Λόγω οικονομίας χώρου απλά θα περιοριστούμε μόνο στο να αναφέρουμε ότι η εν λόγω διδασκαλία είχε πολύ καλά αποτελέσματα, τα οποία μετρήθηκαν με τη βοήθεια ενός test μετά την πραγματοποίησή της.

Πετύχαμε λοιπόν οι μαθητές με προσχεδιασμένες διδακτικές καταστάσεις μέσω των ΤΠΕ σε συνδυασμό με ένα Δ.Μ.Φ.Ε. να ανακαλύψουν και να κατασκευάσουν μόνοι τους τη γνώση τους.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Bruner, J. S., (1966). *Toward a theory of Instruction.* Massachusetts, Belknap/Harvard University Press.
2. Goldin & Kaput J.J. (1996). A Joint Perspective of the Idea of Representation in Learning and Ding Mathematics. In von L.P.Steffe&…Mahwah Theories of Mathematical Learning (pp.397-340) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
3. Komis V., .Les nouvelles technologies de l .information et de la communication dans le processus d.apprentissage et application par l.étude de leurs représentations chez des élèves de 9 à 12 ans., Thèse de Doctorat, Université Paris 7, Décembre 1993.
4. Mariotti Maria Alessandra (2003) *Geometry: dynamic intuition and theory* Ανακοινώσεις του 2^{ου} Συνεδρίου για τα Μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση που διοργανώθηκε από το Εθνικό Και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών - Πανεπιστήμιο Κύπρου με Θέμα "Τα Μαθηματικά Στο Γυμνάσιο" στις 11 - 13 Απριλίου 2003 στην Αθήνα.
5. Markman, A. B., Dietrich, E., (2000). In defense of Representation. Cognitive Psychology, τ. 40, σσ. 138-171.
6. Poincare, H. (1963). *Mathematics and science: last essays.* New York, NY: Dover.
7. Randall, D., Shrobe, H., Szolovits, P., (1993), What is a knowledge Representation? AI Magazine, τόμ.17, τεύχ. 1, σσ. 17-33.
8. Rival,(1987). Picture puzzling: mathematicians are rediscovering the power of pictorial reasoning. *The Sciences, 27,* 40-46.
9. Sierpinska, A. (1999/2002), *Lecture Notes on the Theory of Didactic Situations*, Concordia University, http://alcor.concordia.ca/~sierp/.
10. Tall David (1993j) Computer environments for the learning of mathematic.
11. Γαγάτσης Α. (1993) Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών Θεσσαλονίκη Εκδόσεις Κυριακίδη
12. Δαφέρμος Μανόλης (2002) Η Πολιτισμική – Ιστορική Θεωρία Του Vygotsky Φιλοσοφικές – Ψυχολογικές -Παιδαγωγικές Διαστάσεις. Αθήνα Εκδόσεις Ατραπός
13. Καλαβάσης Φραγκίσκος (1997) *Η Επίδραση του Νέου Τεχνολογικού Περιβάλλοντος στους Στόχους της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.* Θέματα διδακτικής μαθηματικών – ΙΙΙ, διδακτική μαθηματικών και νέες τεχνολογίες. Επιμέλεια Καλαβάσης Φρ. - Μεϊμάρης Μ. σελ. 21-38 Αθήνα. Πανεπιστήμιο Αιγαίου Gutenberg.
14. Νικολουδάκης Εμμανουήλ - Ιωάννου Στέλιος (2003) Σχέσεις εμβαδών. Ο λόγος των εμβαδών α) δύο ομοίων τριγώνων β) δύο τριγώνων που μία γωνία του ενός είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία του άλλου. Πρακτικά 2ου Πανελλήνιου Συνεδρίου των Εκπαιδευτικών για τις ΤΠΕ «Αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στη Διδακτική Πράξη» Σύρος 9, 10, 11 Μαΐου 2003 σσ. 378-385.
15. Νικολουδάκης Εμμ., Χουστουλάκης Εμμ., (2004) Αιτίες που δυσχεραίνουν την επικοινωνία μεταξύ δασκάλου και μαθητών στη διδασκαλία των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Μία προτεινόμενη λύση. Αθήνα. Πρακτικά του 21ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε. σσ. 359-372.