

# Επιτραπέζιο παιχνίδι επαυξημένης πραγματικότητας για εκμάθηση στρατηγικών νοερών υπολογισμών

Σταμάτης Βαρβέρης, Γεώργιος Παλαιγεωργίου, Χαράλαμπος Λεμονίδης  
[s.varveris@gmail.com](mailto:s.varveris@gmail.com), [gpalegeeo@uowm.gr](mailto:gpalegeeo@uowm.gr), [xlemon@uowm.gr](mailto:xlemon@uowm.gr)  
Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας

## Περίληψη

Στόχος των επιτραπέζιων παιχνιδιών επαυξημένης πραγματικότητας είναι να συνδυάσουν τα καλύτερα χαρακτηριστικά από τα κλασικά επιτραπέζια και ηλεκτρονικά παιχνίδια με τα πλεονεκτήματα που προσφέρει η επαυξημένη πραγματικότητα. Σε αυτή την εργασία θα διερευνήσουμε το βαθμό και τον τρόπο με τον οποίο τα επιτραπέζια παιχνίδια επαυξημένης πραγματικότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εξοικείωση με τους νοερούς υπολογισμούς, δηλαδή τις διαδικασίες υπολογισμού των αποτελεσμάτων κάποια πράξης χωρίς τη βοήθεια εξωτερικών μέσων. Αναπτύχθηκε ένα αντίστοιχο παιχνίδι με ταμπλό, πόνια, ζάρια, κάρτες και μια εφαρμογή επαυξημένης πραγματικότητας. Οι παίκτες κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, καλούνται να αλληλεπιδράσουν με προϊόντα ή καταστάσεις, τα οποία εμφανίζονται στο tablet τους με επαυξημένο τρόπο και να επιλύσουν μαθηματικά προβλήματα χρησιμοποιώντας στρατηγικές νοερών υπολογισμών. 64 φοιτητές ενός Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης χωρίστηκαν σε ομάδες των τεσσάρων ατόμων και έπαιξαν το παιχνίδι κατά μέσο όρο για 1 ώρα και 30 λεπτά. Η συλλογή δεδομένων πραγματοποιήθηκε μέσω ερωτηματολογίων και οι απαντήσεις των φοιτητών δείχνουν ότι εξοικειώθηκαν περισσότερο με τους νοερούς υπολογισμούς, το παιχνίδι τους ικανοποίησε ιδιαίτερα και τους κινητοποίησε να καταβάλουν σημαντική προσπάθεια για μεγάλο χρονικό διάστημα παρότι η βασική δράση ήταν η πραγματοποίηση μαθηματικών πράξεων.

**Λέξεις κλειδιά:** Διάχυτος Υπολογισμός στην εκπαίδευση, Επαυξημένη πραγματικότητα, Επιτραπέζια παιχνίδια επαυξημένης πραγματικότητας, παγινοποίηση, νοεροί υπολογισμοί, εκπαιδευτικά παιχνίδια

## Εισαγωγή

Τα συστήματα Επαυξημένης Πραγματικότητας θεωρούνται από τα σημαντικότερα μελλοντικά εκπαιδευτικά εργαλεία (Kerawalla et al., 2006), αφού η σχεδίαση τους είναι ανθρωποκεντρική, έντονα αλληλεπιδραστική και σχετίζεται στενά με το φυσικό κόσμο. Η τεχνολογία της επαυξημένης πραγματικότητας έχει αρχίσει και χρησιμοποιείται και στα επιτραπέζια παιχνίδια και έτσι τα παραδοσιακά επιτραπέζια παιχνίδια μετατρέπονται σε μια πολύ πιο συναρπαστική εμπειρία για τους παίκτες (Molla & Lepetit, 2010).

Στόχος των επιτραπέζιων παιχνιδιών επαυξημένης πραγματικότητας (ΕΠΕΠ) είναι να συνδυάσουν τα καλύτερα χαρακτηριστικά από τα κλασικά επιτραπέζια και ηλεκτρονικά παιχνίδια με τα πλεονεκτήματα που προσφέρει η επαύξηση των φυσικών αντικειμένων, των θέσεων και των χώρων με ψηφιακό περιεχόμενο (Azuma, 1997; Mackay, 1998; Milgram & Kishino, 1994). Ο συνδυασμός αυτός επιτρέπει τη δημιουργία ενός οπτικά ελκυστικού παιχνιδιού, χωρίς όμως να χάνεται ο τρόπος αλληλεπίδρασης και κοινωνικοποίησης μεταξύ των παικτών που προσφέρει ένα παραδοσιακό επιτραπέζιο παιχνίδι (Nilsen et al., 2004). Επιπλέον, τα ΕΠΕΠ, σύμφωνα με τους Egglestone et al (2011), έχουν τη δυνατότητα να παγιτοποιούν τυπικές επαναλαμβανόμενες διεργασίες με αποτέλεσμα να διατηρείται το κίνητρο συμμετοχής των μαθητευομένων για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Λόγω αυτών

των χαρακτηριστικών τα ΕΠΕΠ μπορούν να χρησιμοποιηθούν επιπρόσθετα ως υποστηρικτικά εργαλεία διδασκαλίας (Benford et al, 2005).

Σε αυτή την εργασία θα διερευνήσουμε το βαθμό και τον τρόπο με τον οποίο τα επιτραπέζια παιχνίδια επαυξημένης πραγματικότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκμάθηση των νοερών υπολογισμών. Με τον όρο «νοερό υπολογισμό» εννοούμε τον υπολογισμό που πραγματοποιείται νοερά με τη χρήση στρατηγικών και ο οποίος παράγει μια ακριβή απάντηση. Πραγματοποιείται συνήθως χωρίς τη χρήση εξωτερικών μέσων όπως χαρτί και μολύβι, αν και μπορεί να χρησιμοποιείται το χαρτί και το μολύβι, για «σύντομες σημειώσεις» που υποστηρίζουν τη μνήμη (Λεμονίδης, 2013, σελ. 25). Αυτός ο τρόπος υπολογισμών συνιστά αντικείμενο εκπαίδευσης στο δημοτικό σχολείο αφού προάγει τη μαθηματική σκέψη, συμβάλλει στην ανάπτυξη της αίσθησης των αριθμών (number sense) και βοηθά στην ανάπτυξη μηχανισμών επίλυσης προβλημάτων. Ταυτόχρονα αποτελεί ένα από τα τρία βασικά εργαλεία, μαζί με τα μηχανικά μέσα και το μολύβι και χαρτί, που χρησιμοποιούν οι ενήλικες για να επιλύσουν τα καθημερινά τους προβλήματα (Λεμονίδης, 2013). Στην πραγματικότητα, οι νοεροί υπολογισμοί χρησιμοποιούνται με μεγαλύτερη συχνότητα χρήσης σε σχέση με τη χρήση αριθμομηχανής ή τη χρήση μολυβιού και χαρτιού (Λεμονίδης, 2013; Wandt & Brown, 1957) και αυτό τους καθιστά ένα ιδιαίτερα σημαντικό μαθησιακά αντικείμενο.

### Χαρακτηριστικά επιτραπέζιων παιχνιδιών επαυξημένης πραγματικότητας

Η εμπειρία ενός παίκτη κατά τη διάρκεια ενός οποιουδήποτε παιχνιδιού είτε επιτραπέζιου είτε ηλεκτρονικού, μπορεί να χωριστεί σε 4 είδη: α) *τη σωματική*, β) *τη νοητική*, γ) *την κοινωνική* και δ) *τη συναισθηματική εμπειρία* (Hinske et al., 2007; Nilsen, et al., 2004; Oost, 2005). Τα ηλεκτρονικά και τα επιτραπέζια παιχνίδια έχουν διαφορετικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα σε αυτούς τους άξονες.

Τα επιτραπέζια παιχνίδια προσδίδουν μια πιο ισχυρή κοινωνική πτυχή σε σχέση με τα ηλεκτρονικά παιχνίδια λόγω της *φυσικής αλληλεπίδρασης* μεταξύ των παικτών (Hinske et al., 2007; Nilsen et al., 2004). Αντίστοιχα, τα ηλεκτρονικά παιχνίδια υπερτερούν όσο αφορά στο *νοητικό φόρτο* που προκαλούν στον παίκτη, αφού φροντίζουν για την τήρηση των κανόνων και του υπολογισμού της βαθμολογίας (Nilsen et al., 2004). Έτσι, ο παίκτης, σε αντίθεση με τα επιτραπέζια παιχνίδια, επικεντρώνεται στην εμπειρία του παιχνιδιού (Oost, 2005) χωρίς να απασχολείται με διεργασίες παράπλευρες του παιχνιδιού (βαθμολογία, κανόνες). Η *συναισθηματική εμπειρία* που προκαλούν τα παιχνίδια στους παίκτες είναι δύσκολο να οριστεί και να εξασφαλιστεί. Βασικός παράγοντας για τη διαμόρφωση των συναισθημάτων των παικτών, είναι το ίδιο το ενδιαφέρον τους για την πλοκή και το περιεχόμενο του παιχνιδιού. Το ενδιαφέρον των παικτών για το παιχνίδι είναι συνήθως ανεξάρτητο από το μέσο που χρησιμοποιείται (Oost, 2005). Τα οπτικά και ηχητικά εφέ όμως που συναντώνται στα ηλεκτρονικά παιχνίδια, μπορούν να αυξήσουν το ενδιαφέρον, πράγμα αρκετά πιο δύσκολο στα παιχνίδια του πραγματικού κόσμου που βασίζονται σε τυπικές εμπειρίες. Ένας ακόμα παράγοντας διαφοροποίησης που εξετάζεται, είναι η *ροή* κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας. Τα επιτραπέζια παιχνίδια χαρακτηρίζονται από τις κοινωνικές τους ιδιότητες, γιατί όχι μόνο φέρνουν τους ανθρώπους κοντά για κάποιο χρονικό διάστημα αλλά ταυτόχρονα επιτρέπουν την κοινωνική αλληλεπίδραση και την ανάπτυξη επικοινωνιακών ικανοτήτων (Eriksson et al, 2005b). Στο πλαίσιο αυτό, ένα επιτραπέζιο παιχνίδι μπορεί να διακοπεί για κάποιο χρονικό διάστημα χωρίς να χαλάει η ροή του παιχνιδιού. Αντίθετα κάποια ηλεκτρονικά παιχνίδια που παίζονται σε πραγματικό χρόνο, δεν μπορούν να διακοπούν χωρίς να διαταραχθεί η ροή του παιχνιδιού ή χωρίς να

έχει συνέπειες ο παίκτης (π.χ. να χάσει ή να έχει μειωμένη βαθμολογία) (Eriksson et al, 2005a).

Τα επιτραπέζια παιχνίδια επαυξημένης πραγματικότητας κληρονομούν τα θετικά χαρακτηριστικά τόσο των ηλεκτρονικών όσο και των επιτραπέζιων παιχνιδιών όπως παρουσιάζονται στον πίνακα 1. Ακριβώς αυτά τα χαρακτηριστικά καθιστούν τα συγκεκριμένα υβριδικά παιχνίδια εξαιρετικές πλατφόρμες παιγνιοποίησης για εκπαιδευτικούς σκοπούς

**Πίνακας 1 - Χαρακτηριστικά Επιτραπέζιων παιχνιδιών επαυξημένης πραγματικότητας**

Πτυχές Παιχνιδιού	Επιτραπέζια παιχνίδια	Ηλεκτρονικά παιχνίδια	Επιτραπέζια παιχνίδια επαυξημένης πραγματικότητας
Νοητική Εμπειρία (Nilsen et al., 2004 ; Oost, 2005).	Οι παίκτες πρέπει να κρατούν την βαθμολογία (αύξηση νοητικού φόρτου)	Το παιχνίδι υπολογίζει την βαθμολογία (μείωση νοητικού φόρτου)	Το παιχνίδι υπολογίζει την βαθμολογία (μείωση νοητικού φόρτου)
	Οι παίκτες πρέπει να θυμούνται και να τηρούν τους κανόνες (αύξηση νοητικού φόρτου)	Το παιχνίδι αναγκάζει τους παίκτες να τηρούν τους κανόνες (μείωση νοητικού φόρτου)	Το παιχνίδι αναγκάζει τους παίκτες να τηρούν τους κανόνες (μείωση νοητικού φόρτου)
	Οι παίκτες δεν επικεντρώνονται στην εμπειρία του παιχνιδιού	Επικέντρωση στην εμπειρία και το συναίσθημα του παιχνιδιού	Επικέντρωση στην εμπειρία και το συναίσθημα του παιχνιδιού
Κοινωνική πτυχή (Nilsen et al., 2004; Hinske et al., 2007)	Κοινωνική αλληλεπίδραση μεταξύ των παικτών	Περιορισμένη κοινωνική αλληλεπίδραση	Κοινωνική αλληλεπίδραση μεταξύ των παικτών
	Φυσική επαφή μεταξύ των παικτών	Δεν υπάρχει φυσική επαφή μεταξύ των παικτών	Φυσική επαφή μεταξύ των παικτών
Συναισθηματική πτυχή (Stapleton et al., 2002)	Βασίζεται σε πραγματικές εμπειρίες αλληλεπίδρασης	Οπτικά και ηχητικά εφέ εντείνουν το ενδιαφέρον και συναίσθημα	Οπτικά και ηχητικά εφέ εντείνουν το ενδιαφέρον και συναίσθημα  Βασίζεται σε πραγματικές εμπειρίες αλληλεπίδρασης
Ροή (Eriksson et al, 2005a)	Μπορεί να διακοπεί για κάποιο χρονικό διάστημα χωρίς να χαλάει η ροή του παιχνιδιού	Δεν μπορεί να διακοπεί (συνήθως)	Μπορεί να διακοπεί για κάποιο χρονικό διάστημα χωρίς να χαλάει η ροή του παιχνιδιού

## Επαυξημένη πραγματικότητα, μαθηματικά και νοεροί υπολογισμοί

Μέχρι στιγμής τα επιτραπέζια παιχνίδια επαυξημένης πραγματικότητας δεν έχουν χρησιμοποιηθεί ως εργαλεία στη διδασκαλία των μαθηματικών, έχει όμως χρησιμοποιηθεί η επαυξημένη πραγματικότητα. Για παράδειγμα, η επαυξημένη πραγματικότητα χρησιμοποιήθηκε για την τρισδιάστατη αναπαράσταση γεωμετρικών σχημάτων (Yingprayoon, 2015) με αποτέλεσμα την καλύτερη κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών από τους μαθητές. Αντίστοιχα, οι Kaufmann & Schmalstieg (2002) χρησιμοποίησαν την επαυξημένη πραγματικότητα, έτσι ώστε οι μαθητευόμενοι να εξασκηθούν σε επαυξημένα τρισδιάστατα αντικείμενα, με αποτέλεσμα την καλύτερη κατανόηση των εννοιών της τριγωνομετρίας. Επιπρόσθετα, οι Schmalstieg & Wagner (2007) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ένα σύστημα επαυξημένης πραγματικότητας για τη διδασκαλία των μαθηματικών και της γεωμετρίας ενθαρρύνει τον πειραματισμό από τους μαθητές και τη βελτίωση των χωρικών ικανοτήτων τους. Για την υποβοήθηση της διδασκαλίας της κλίμακας (αναλογία), οι Nilsson et al. (2010) χρησιμοποίησαν την επαυξημένη πραγματικότητα ως τρόπο αναπαράστασης αντικειμένων σε κλίμακα σε παιδιά δημοτικού, με αποτέλεσμα την καλύτερη κατανόηση της συγκεκριμένης έννοιας και του χώρου. Η επαυξημένη πραγματικότητα χρησιμοποιήθηκε και από τους Salinas et al (2014) στην άλγεβρα, για την αναπαραγωγή τρισδιάστατων γραφικών παραστάσεων, μέσω των οποίων οι φοιτητές απέκτησαν την ικανότητα να αναγνωρίζουν φόρμες στη φύση και να ξεχωρίζουν τα διαφορετικά είδη γραφικών παραστάσεων. Η επαυξημένη πραγματικότητα έχει επίσης εφαρμοστεί επιτυχώς και στους νοερούς υπολογισμούς κλασμάτων (Jiménez, 2011) όπου οι μαθητές που χρησιμοποίησαν την αντίστοιχη εφαρμογή, βελτίωσαν σημαντικά τις επιδόσεις τους στο συγκεκριμένο πεδίο.

Όπως αναφέρθηκε, σε αυτή την εργασία θα διερευνήσουμε το βαθμό και τον τρόπο με τον οποίο τα επιτραπέζια παιχνίδια επαυξημένης πραγματικότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκμάθηση των νοερών υπολογισμών. Οι νοεροί υπολογισμοί είναι οι υπολογισμοί που διεκπεραιώνονται με το μυαλό, χωρίς όμως να αλλοιώνεται η έννοια των μαθηματικών συμβόλων για την ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού (MacLellan, 2001). Οι νοεροί υπολογισμοί γίνονται συνειδητά από τον άνθρωπο με τη χρήση στρατηγικών, οι οποίες τον βοηθούν στην επίλυση καθημερινών προβλημάτων με γρήγορο τρόπο (Bjorkland & Douglas, 1997). Για κάθε μια από τις βασικές πράξεις υπάρχουν συγκεκριμένες στρατηγικές νοερών υπολογισμών που έχουν καταγραφεί. Ένα απλό παράδειγμα στρατηγικής νοερών υπολογισμών είναι η στρατηγική «κοντά στα διπλά», στην οποία όταν προσθέτουμε δυο αριθμούς (π.χ.  $6+7$ ), σπάμε την πρόσθεση σε 2 βήματα, προσθέτουμε αρχικά τα όμοια μέρη τους ( $6+6$ ) και στην συνέχεια προσθέτουμε το υπόλοιπο του δεύτερου αριθμού ( $+1$ ). Οι παιδαγωγοί έχουν προσεγγίσει τους νοερούς υπολογισμούς ως μαθηματική διαδικασία από δυο διαφορετικές οπτικές γωνίες (Λυγούρας, 2006). Σύμφωνα με την συμπεριφοριστική (behavioral) οπτική, οι νοεροί υπολογισμοί είναι μια βασική ικανότητα για τον κάθε άνθρωπο, που αποτελεί προαπαιτούμενο για την εφαρμογή υπολογισμών με χαρτί και μολύβι ή για τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς. Αντίθετα, η εποικοδομητική (constructivist) προσέγγιση θεωρεί τους νοερούς υπολογισμούς ως μια υψηλού επιπέδου διαδικασία σκέψης και προτάσσει την άποψη, ότι η δημιουργία μιας στρατηγικής είναι τόσο σημαντική όσο η εκτέλεση της στρατηγικής (Lemonidis, 2015; Sowder, 1992). Ο Thompson (1999) επισημαίνει τέσσερις βασικούς λόγους για τους οποίους πρέπει να διδάσκονται οι νοεροί υπολογισμοί: α) χρησιμοποιούνται στην καθημερινή ζωή περισσότερο από τους γραπτούς υπολογισμούς, β) η συνεχής εξάσκηση με τους νοερούς υπολογισμούς δημιουργεί καλύτερη και βαθύτερη κατανόηση του αριθμητικού συστήματος και την έννοια των αριθμών, γ) η διαδικασία των νοερών υπολογισμών βοηθά στην

ανάπτυξη ικανοτήτων για την επίλυση προβλημάτων, δ) βοηθούν στην κατανόηση των γραπτών μεθόδων υπολογισμού.

### Περιγραφή του παιχνιδιού

Βασικός στόχος της συγκεκριμένης έρευνας είναι να διερευνήσει το βαθμό στον οποίο ένα επιτραπέζιο παιχνίδι επαυξημένης πραγματικότητας μπορεί να προκαλέσει το ενδιαφέρον των παικτών-μαθητευόμενων, ώστε να γνωρίσουν-εφαρμόσουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών με ευχάριστο τρόπο για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Για την διερεύνηση της παραπάνω υπόθεσης, αναπτύξαμε ένα επιτραπέζιο παιχνίδι επαυξημένης πραγματικότητας. Για την υλοποίηση του παιχνιδιού απαιτούνται 4 tablets (clients), 1 φορητός υπολογιστής (server) ο οποίος φροντίζει για τον συγχρονισμό των συσκευών και την αποθήκευση των πληροφοριών του παιχνιδιού και 1 router ασύρματης δικτύωσης το οποίο φροντίζει για την επικοινωνία μεταξύ των clients και του server μέσω τοπικού ασύρματου δικτύου.



Σχήμα 1. Στιγμιότυπο Παιχνιδιού



Σχήμα 2: Ταμπλό

Το παιχνίδι παίζεται από 2 έως 4 άτομα (Σχήμα 1). Οι παίκτες κάθονται περιμετρικά ενός τραπεζιού στη μέση του οποίου υπάρχει ένα ταμπλό και 30 κάρτες προβλημάτων. Το ταμπλό (Σχήμα 2) αποτελείται από 24 θέσεις εκ των οποίων οι 18 αφορούν κάρτες προβλημάτων και οι 6 ειδικές θέσεις. Οι κάρτες προβλημάτων περιγράφουν το περιβάλλον μέσα στο οποίο γίνεται η δραστηριότητα υπολογισμού, δίνουν οδηγίες και παρουσιάζουν το μαθηματικό πρόβλημα στους παίκτες. Στις ειδικές θέσεις ο παίκτης είτε χάνει τη σειρά του, είτε ξαναπαίζει ή αποφασίζει σε ποια θέση κάρτας θα τοποθετήσει το πιόνι του. Το παιχνίδι υποστηρίζει 3 είδη δραστηριοτήτων:

**Δραστηριότητα «Πάρτα Όλα»:** Αρχικά ο παίκτης ενημερώνεται για τα χρήματα που έχει στο πορτοφόλι του. Στη συνέχεια, πρέπει να αγοράσει όσο το δυνατόν περισσότερα προϊόντα χωρίς όμως να ξεπεράσει το ποσό του πορτοφολιού. Σε κάθε επίπεδο παρουσιάζονται διαφορετικά προϊόντα με διαφορετικές τιμές.



Σχήμα 3: Δραστηριότητα «Πάρτα όλα»

**Δραστηριότητα «Μικρό Πορτοφόλι»:**

Η κάρτα προβλήματος ορίζει ποια στρατηγική νοερών υπολογισμών θα πρέπει να χρησιμοποιήσει ο παίκτης κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας. Ο παίκτης πρέπει να αγοράσει ένα συγκεκριμένο αριθμό προϊόντων. Στη συνέχεια η εφαρμογή εμφανίζει τα χρήματα που έχει στο πορτοφόλι του. Ο παίκτης πρέπει να αποφασίσει αν τα χρήματα του φτάνουν ή όχι.

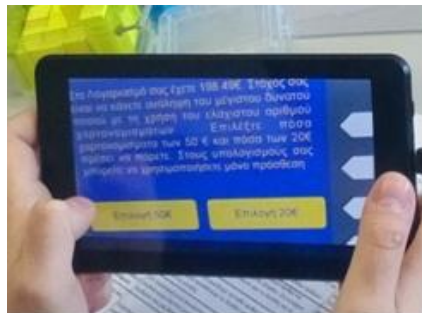
**Δραστηριότητα «ΑΤΜ»:** Στον παίκτη παρουσιάζεται ένα περιβάλλον ΑΤΜ, στο οποίο εμφανίζεται το διαθέσιμο προς ανάληψη ποσό. Ο παίκτης, πρέπει να βγάλει όσο το δυνατόν περισσότερα χρήματα χρησιμοποιώντας χαρτονομίσματα των 20 και 50 ευρώ. Στην περίπτωση που υπάρχουν δύο ή περισσότεροι τρόποι επίλυσης, ο παίκτης θα πρέπει να προτιμήσει το συνδυασμό με τα λιγότερα χαρτονομίσματα.

Ο κάθε παίκτης χρησιμοποιεί τη δική του κινητή συσκευή (tablet) την οποία χρησιμοποιεί για να αλληλεπιδράσει με το παιχνίδι. Σε κάθε παίκτη πριν την έναρξη του παιχνιδιού μοιράζονται ένα πόνι και βραβεία ίδιου χρώματος καθώς και ένα βοηθητικό φυλλάδιο για τις στρατηγικές το οποίο οι παίκτες μπορούν να συμβουλευτούν κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού.

Πριν την έναρξη του παιχνιδιού δίνεται κάποιος χρόνος στους παίκτες ώστε να συζητήσουν τις στρατηγικές νοερών υπολογισμών και στη συνέχεια ξεκινά το επιτραπέζιο παιχνίδι. Σε κάθε γύρο του παιχνιδιού, ένας παίκτης ρίχνει το ζάρι και μετακινεί το πόνι του πάνω στο ταμπλό. Το πόνι του κάθε παίκτη μπορεί να βρεθεί σε θέση κάρτας ή ειδική θέση. Στις θέσεις κάρτας, ανάλογα με το χρώμα στο οποίο βρίσκεται το πόνι του, ο παίκτης σηκώνει μια κάρτα προβλήματος ίδιου χρώματος. Ο παίκτης που σηκώσει την κάρτα διαβάζει δυνατά το περιεχόμενό της και χρησιμοποιεί το τάμπλετ του για να επιλέξει την αντίστοιχη δραστηριότητα. Στη συνέχεια όλοι οι παίκτες σηκώνουν τα τάμπλετ τους, και σκανάρουν τους marker που βρίσκονται μπροστά τους ώστε να ανακαλύψουν προϊόντα ή να εμφανιστεί το ΑΤΜ. Η κίνηση της συσκευής (tablet) προσομοιάζει την κίνηση που θα είχαν οι παίκτες στα πραγματικά ράφια ενός σουπερ μαρκετ ή ενός καταστήματος, μετατοπίζοντας την εστίαση σε διαφορετικά προϊόντα και τιμές. Ο κάθε παίκτης αλληλεπιδρά με το επαυξημένο περιεχόμενο της οθόνης, υπολογίζοντας παράλληλα με νοερό τρόπο τα αθροίσματα που είναι απαραίτητα στη συγκεκριμένη δραστηριότητα. Με την ολοκλήρωση του επιπέδου, σε κάθε παίκτη παρουσιάζεται οθόνη ανατροφοδότησης η οποία παρουσιάζει τα τυχόν λάθη που έγιναν. Στη συνέχεια ο κάθε παίκτης καλείται να καταγράψει στη ταμπλέτα τη νοερή στρατηγική που χρησιμοποίησε για τους υπολογισμούς του. Όταν όλοι οι παίκτες ολοκληρώσουν το επίπεδο, ενημερώνεται ο πίνακας βαθμολογίας και εμφανίζονται στα τάμπλετ όλων των παικτών οι βαθμοί που συγκεντρώθηκαν στο συγκεκριμένο επίπεδο καθώς και οι στρατηγικές που χρησιμοποίησαν οι υπόλοιποι παίκτες. Με τον τρόπο αυτό έχουμε ένα δεύτερο επίπεδο ανατροφοδότησης το οποίο βοηθά τους

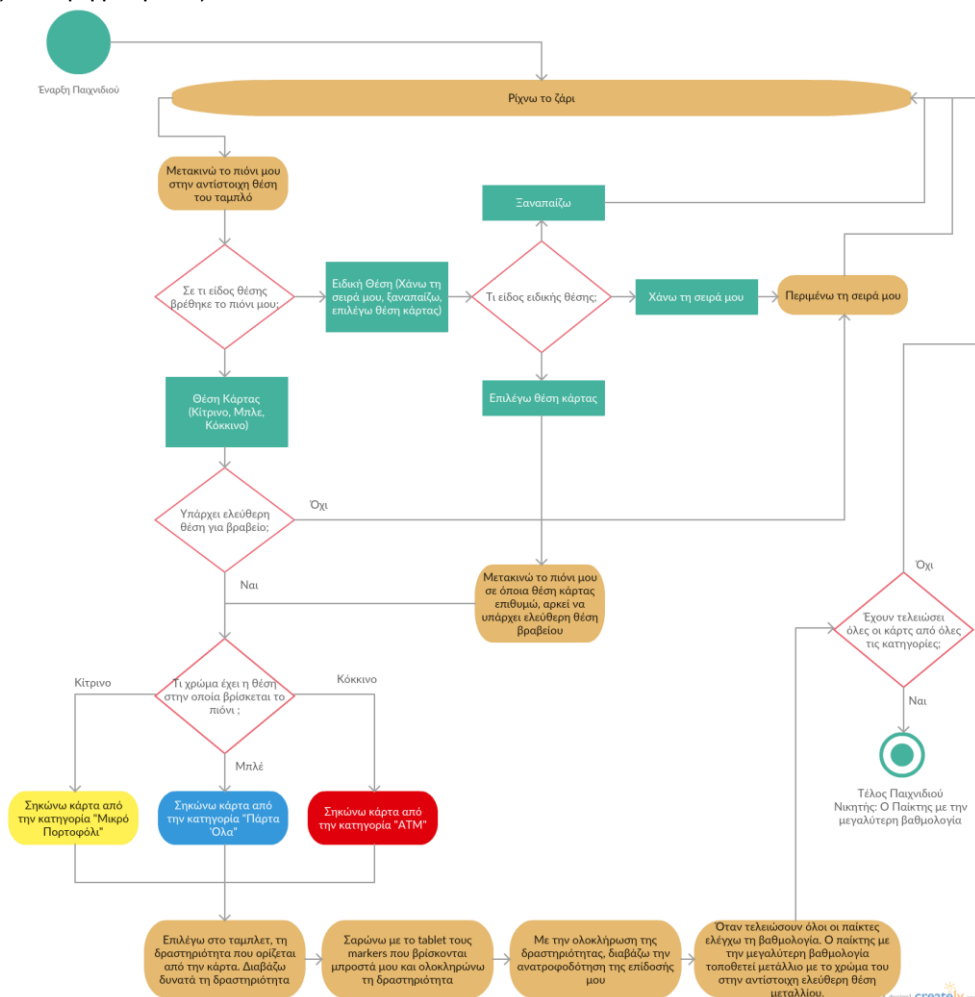


Σχήμα 4. Δραστηριότητα Μικρό πορτοφόλι



Σχήμα 5. Δραστηριότητα ΑΤΜ

παίκτες να εντοπίσουν ποια στρατηγική χρησιμοποίησε ο νικητής του επιπέδου. Ο νικητής τοποθετεί ένα από τα «βραβεία» του, στην αντίστοιχη θέση του ταμπλό και το παιχνίδι συνεχίζεται με τον ριζισμό του ζαριού από τον επόμενο παίκτη. Το παιχνίδι ολοκληρώνεται όταν τελειώσουν και οι 30 κάρτες προβλήματος, ενώ νικητής είναι ο παίκτης με τη μεγαλύτερη βαθμολογία.



Σχήμα 6. Διάγραμμα Ροής Εφαρμογής

## Μεθοδολογία

### Συμμετέχοντες

Το επιτραπέζιο παιχνίδι επαυξημένης πραγματικότητας δοκιμάστηκε με 64 φοιτητές ενός Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης, εκ των οποίων 51 ήταν γυναίκες και 13 άνδρες. Οι φοιτητές είχαν γνωρίσει τους νοερούς υπολογισμούς σε μάθημα Διδακτικής των

Μαθηματικών. Οι συμμετέχοντες χωρίστηκαν σε 18 ομάδες των 3 ή 4 ατόμων και κάθε ομάδα έπαιζε το παιχνίδι για περίπου 1 ώρα και 30 λεπτά.

### **Διαδικασία**

Με το τέλος του παιχνιδιού οι συμμετέχοντες συμπλήρωναν ένα ερωτηματολόγιο το οποίο αποτελούνταν από 3 τμήματα. Το πρώτο τμήμα δημιουργήθηκε για να αξιολογηθεί η ικανοποίηση που προκάλεσε η συμμετοχή στο παιχνίδι και αποτελούνταν από 20 ερωτήσεις σε πενταβάθμια κλίμακα Likert (1-Διαφωνώ έως 5-Συμφωνώ) (π.χ. το παιχνίδι με τους νοερούς υπολογισμούς ήταν ευχάριστο).

Στο δεύτερο τμήμα του ερωτηματολογίου, διερευνήσαμε τη συμβολή των στοιχείων του παιχνιδιού (ταμπλό, εφαρμογή, κάρτα στρατηγικών κτλ) σε γνωστικό επίπεδο και σε επίπεδο κινητοποίησης των χρηστών. Οι παίκτες κλήθηκαν να απαντήσουν σε ερωτήσεις χρησιμοποιώντας επίσης μια πενταβάθμια κλίμακα Likert (π.χ. ποιο από τα παρακάτω στοιχεία του παιχνιδιού θεωρείτε πως συνεισέφεραν ώστε να γίνει αυτό το παιχνίδι ενδιαφέρον)

Το τρίτο τμήμα του ερωτηματολογίου κατασκευάστηκε με στόχο να εντοπίσουμε την πορεία ικανοποίησης καθώς και την γνωστική προσπάθεια που κατέβαλε ο κάθε παίκτης κατά τις διαφορετικές φάσεις του παιχνιδιού. Στην έρευνα χρησιμοποιήθηκαν και επιπλέον μέτρα τα οποία όμως δεν παρουσιάζονται στη συγκεκριμένη εργασία.

### **Αποτελέσματα**

Τα αποτελέσματα του ερωτηματολογίου από τους φοιτητές (πίνακας 2) αποκάλυψαν την ιδιαίτερη ικανοποίηση των παικτών από την συμμετοχή τους στο επιτραπέζιο παιχνίδι επαυξημένης πραγματικότητας. Η πλειοψηφία των παικτών δήλωσε ότι το παιχνίδι ήταν ιδιαίτερα ευχάριστο ( $M=4.78$ ,  $SD=0.519$ ), ενδιαφέρον ( $M=4.81$ ,  $SD=0.467$ ) και πρωτότυπο ( $M=4.8$ ,  $SD=0.510$ ). Οι περισσότεροι από τους συμμετέχοντες ένιωθαν ότι έπαιζαν πραγματικό παιχνίδι ( $M=4.5$ ,  $SD=0.777$ ) και ότι θα επέλεγαν να ξαναπαιξουν το συγκεκριμένο παιχνίδι ( $M=4.7$ ,  $SD=0.728$ ). Αντίστοιχα, οι παίκτες δήλωσαν την ικανοποίηση τους ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα τα οποία προκλήθηκαν από το παιχνίδι επαυξημένης πραγματικότητας, αφού η πλειοψηφία θεωρεί ότι μέσω του παιχνιδιού κατανόησε καλύτερα τους νοερούς υπολογισμούς ( $M=4.05$ ,  $SD=0.862$ ) και εξοικειώθηκε περισσότερο με τις στρατηγικές νοερών υπολογισμών και τις ονομασίες τους ( $M=4.00$ ,  $SD=0.943$ ). Ως προς την εκπαιδευτική χρησιμότητα του παιχνιδιού οι περισσότεροι συμμετέχοντες θεωρούν ότι η χρήση του παιχνιδιού θα βοηθούσε στην καλύτερη κατανόηση των νοερών υπολογισμών ( $M=4.41$ ,  $SD=0.684$ ). Αξίζει να σημειωθεί ότι τα θετικά αποτελέσματα του ερωτηματολογίου είναι κάθε άλλο από προφανή ή αναμενόμενα αν αναλογιστούμε ότι οι συμμετέχοντες ήταν προπτυχιακοί φοιτητές παιδαγωγικού τμήματος και έκαναν επαναλαμβανόμενες νοερές μαθηματικές πράξεις σε όλη τη διάρκεια του παιχνιδιού, δηλαδή για 90 συνεχόμενα λεπτά.

Στο δεύτερο μέρος του ερωτηματολογίου το οποίο αφορούσε την καταγραφή των στοιχείων του παιχνιδιού που συνεισέφεραν ώστε να γίνει το παιχνίδι ενδιαφέρον (Πίνακας 3), σύμφωνα με τις απαντήσεις της πλειοψηφίας συμμετεχόντων, το πιο ενδιαφέρον στοιχείο του παιχνιδιού είναι η εφαρμογή επαυξημένης πραγματικότητας ( $M=4.66$ ,  $SD=0.648$ ). Το δεύτερο πιο ενδιαφέρον στοιχείο είναι η βαθμολογία ( $M=4.20$ ,  $SD=1.157$ ) ενώ στην τρίτη θέση βρίσκεται το ταμπλό του παιχνιδιού ( $M=4.19$ ,  $SD=0.920$ ). Το αποτέλεσμα αυτό είναι ιδιαίτερα θετικό και επιβεβαιώνει την υπόθεσή μας ότι ο συνδυασμός ενός παιγνιώδους



περιβάλλοντος με μια εφαρμογή επαυξημένης πραγματικότητας θα προκαλούσε το ενδιαφέρον των χρηστών και θα έκανε πιο ελκυστική τη διαδικασία μάθησης.

**Πίνακας 2 - Περιγραφική Ανάλυση Αποτελεσμάτων**

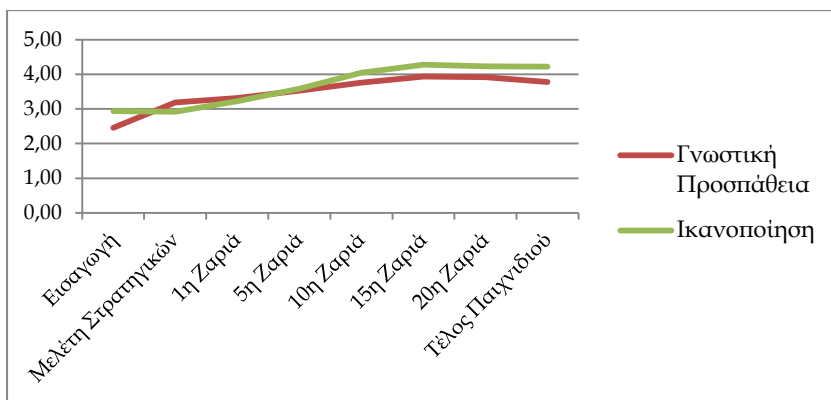
Ερωτήσεις	Μ.Ο.	Τ.Α.
Το παιχνίδι με τους νοερούς υπολογισμούς ήταν ευχάριστο	4,78	0,519
Το παιχνίδι με τους νοερούς υπολογισμούς ήταν ενδιαφέρον	4,81	0,467
Το παιχνίδι με τους νοερούς υπολογισμούς ήταν πρωτότυπο	4,80	0,510
Το παιχνίδι με τους νοερούς υπολογισμούς δεν ήταν καλά δομημένο	1,36	0,515
Το παιχνίδι με τους νοερούς υπολογισμούς ήταν έντονο γνωστικά. Με προκάλεσε να σκεφτώ πολύ	3,69	0,852
Θεωρώ ότι συμμετέχοντας στο παιχνίδι κατανόησα καλύτερα τους νοερούς υπολογισμούς	4,05	0,862
Συμμετέχοντας στο παιχνίδι με τους νοερούς υπολογισμούς εξοικειώθηκα περισσότερο με τις στρατηγικές νοερών υπολογισμών και τις ονομασίες τους	4,00	0,943
Είχα την αίσθηση ότι έπαιζα πραγματικό παιχνίδι	4,50	0,777
Το παιχνίδι με τους νοερούς δε μου προσέφερε επιπλέον κατανόηση/γνώσεις για τις στρατηγικές	1,53	0,776
Το παιχνίδι είχε σαφείς κανόνες και ήταν καλά δομημένο	4,34	0,895
Οι υπεύθυνοι της διαδικασίας, μου προκαλούσαν άγχος ζητώντας μου να μιλήσω όταν δεν το ήθελα	1,28	0,745
Οι υπεύθυνοι της διαδικασίας βοήθησαν στη δημιουργία ενός ευχάριστου κλίματος καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας	4,67	0,798
Το γεγονός πως η διαδικασία καταγραφόταν από κάμερα μου προκαλούσε άγχος	1,64	0,982
Θεωρώ ότι η ύπαρξη της κάμερας επηρέασε σημαντικά την απόδοσή μου	1,34	0,648
Η χρήση ενός τέτοιου συστήματος θα βοηθούσε στην καλύτερη κατανόηση των νοερών υπολογισμών	4,41	0,684
Πιστεύω ότι το σύστημα αυτό είναι χρήσιμο για την κατανόηση των στρατηγικών νοερών υπολογισμών	4,45	0,688
Η εφαρμογή ήταν εύκολη στην χρήση της	4,42	0,730
Η οπτική αναγνώριση των εικόνων (trackers) ήταν εύκολη	4,38	0,766
Η διαδικασία εκμάθησης του παιχνιδιού ήταν αρκετά εύκολη	4,28	0,826
Θα ήθελα να ξαναπαιξω το παιχνίδι με τους νοερούς υπολογισμούς κάποια στιγμή	4,70	0,728

**Πίνακας 1 - Συνεισφορά στοιχείων παιχνιδιού ως προς το ενδιαφέρον**

	Μέση Τιμή	Τυπική Απόκλιση
Εφαρμογή (εικονικά προϊόντα)	4,66	,648
Βαθμολογία	4,20	1,157
Ταμπλό	4,19	,920
Κάρτες προβλημάτων	4,17	,925
Κάρτες στρατηγικών	4,13	,968

Ζάρια (τυχαιότητα θέσεων)	3,72	1,171
Πιόνια	3,45	1,234

Οι φοιτητές έδωσαν θετικές αξιολογήσεις και στο 3<sup>ο</sup> τμήμα του ερωτηματολογίου που σχετίζεται με την εξέλιξη της εμπειρίας τους στο παιχνίδι. Αρχικά οι συμμετέχοντες κατέγραψαν μέτρια ικανοποίηση η οποία με την πάροδο του παιχνιδιού αυξήθηκε και τελικά σταθεροποιήθηκε σε υψηλά επίπεδα μέχρι και το τέλος του παιχνιδιού. Πιο αναλυτικά, στο στάδιο της εισαγωγής του παιχνιδιού, η ικανοποίηση βρίσκεται λίγο κάτω του μετρίου ( $M=2.94$ ,  $SD=1.489$ ), στάση που επαναλαμβάνεται στη φάση μελέτης των στρατηγικών ( $M=2.92$ ,  $SD=1.336$ ). Με την έναρξη του παιχνιδιού στην 1<sup>η</sup> ζαριά ( $M=3.22$ ,  $SD=1.170$ ) παρατηρείται αύξηση της ικανοποίησης η οποία συνεχίζει αυξητικά στην 5<sup>η</sup> ( $M=3.58$ ,  $SD=1.001$ ), στην 10<sup>η</sup> ( $M=4.05$ ,  $SD=0.906$ ) και στην 15<sup>η</sup> ζαριά ( $M=4.28$ ,  $SD=0.819$ ) οπότε και σταθεροποιείται ο δείκτης σε υψηλά επίπεδα. Στην 20<sup>η</sup> ζαριά ( $M=4.23$ ,  $SD=0.819$ ) έως και το τέλος του παιχνιδιού ( $M=4.22$ ,  $SD=1.266$ ) η ικανοποίηση των χρηστών παραμένει σε υψηλά επίπεδα.



Εικόνα 7 - Γραφική παράσταση Ικανοποίησης, Γνωστικής Προσπάθειας

Αντίστοιχα θετικές είναι και οι αξιολογήσεις των φοιτητών στο επίπεδο της **γνωστικής προσπάθειας** που κατέβαλαν. Πιο αναλυτικά, η γνωστική προσπάθεια των χρηστών (Εικόνα 7) βρίσκεται σε χαμηλά επίπεδα στην εισαγωγή της δραστηριότητας ( $M=2.45$ ,  $SD=1.522$ ). Η γνωστική προσπάθεια αυξάνεται σταδιακά ξεκινώντας από τη φάση μελέτης στρατηγικών ( $M=3.19$ ,  $SD=1.281$ ) και συνεχίζοντας την αυξητική της πορεία στις φάσεις της 1<sup>ης</sup> ζαριάς ( $M=3.32$ ,  $SD=1.229$ ), της 5<sup>ης</sup> ζαριάς ( $M=3.52$ ,  $SD=1.030$ ), της 10<sup>ης</sup> ζαριάς ( $M=3.76$ ,  $SD=1.019$ ) και της 15<sup>ης</sup> ζαριάς ( $M=3.93$ ,  $SD=0.964$ ) οπότε και σταθεροποιείται. Στην 20<sup>η</sup> ζαριά ( $M=3.92$ ,  $SD=0.996$ ) και στο τέλος του παιχνιδιού ( $M=3.78$ ,  $SD=1.253$ ) οι παίχτες συνεχίζουν να καταβάλουν σημαντική προσπάθεια.

Αξίζει επίσης να αναφερθεί ότι η ικανοποίηση και η γνωστική προσπάθεια αυξάνονται με την πάροδο του χρόνου και έχουμε τις μέγιστες τιμές προς το τέλος του παιχνιδιού. Το γεγονός αυτό αναδεικνύει τη δυνατότητα αντίστοιχων παιχνιδιών να εμπλέξουν τους μαθητευόμενους για μεγάλα χρονικά διαστήματα στην εξάσκηση μαθηματικών πράξεων διατηρώντας υψηλό το ενδιαφέρον και τη γνωστική προσπάθεια.

## Συμπεράσματα

Στόχος των επιτραπέζιων παιχνιδιών επαυξημένης πραγματικότητας είναι να συνδυάσουν τα καλύτερα χαρακτηριστικά από τα κλασσικά επιτραπέζια και ηλεκτρονικά παιχνίδια με τα πλεονεκτήματα που προσφέρει η επαυξημένη πραγματικότητα. Τα ερευνητικά δεδομένα που προέκυψαν από το πείραμα συνηγορούν σε αυτόν τον ισχυρισμό αφού αποδεικνύουν ότι το παιχνίδι επαυξημένης πραγματικότητας, αύξησε το βαθμό δέσμευσης και κινητοποίησε τους παίκτες να καταβάλουν σημαντική προσπάθεια για μεγάλο χρονικό διάστημα σε ένα αμιγώς εκπαιδευτικό παιχνίδι με μαθητικές πράξεις. Άξιο αναφοράς είναι το γεγονός ότι με την πάροδο του χρόνου και σε συνολική διάρκεια παιχνιδιού 1 ώρας και 30 λεπτών, η μέγιστη ικανοποίησή τους επιτεύχθηκε λίγο πριν το τέλος του παιχνιδιού και μετά από 90 λεπτά επαναλαμβανόμενων νοερών υπολογισμών. Αυτό είναι επίσης μια ένδειξη για την εμπειρία της παιγνιοποίησης που φαίνεται ότι ήταν αυθεντική.

Για την βελτίωση της εμπειρίας χρήσης και της εκπαιδευτικής χρησιμότητας του παιχνιδιού θα μπορούσαν να υπάρξουν βελτιώσεις:

- **Το παιχνίδι επαυξημένης πραγματικότητας θα μπορούσε μελλοντικά να υποστηρίζει παράλληλες συνεδρίες:** Θεωρούμε ότι η υποστήριξη ενός σημαντικού αριθμού ταυτόχρονων ομάδων παιχνιδιού θα βελτιώνε ακόμα περισσότερο τα ήδη πολύ θετικά αποτελέσματα και θα καθιστούσε πιο εφικτό το να χρησιμοποιηθεί το παιχνίδι μέσα σε μια τάξη σχολείου. Αυτή τη στιγμή κάτι τέτοιο είναι σχεδόν αδύνατο λόγω του περιορισμένου αριθμού παικτών που υποστηρίζει η εφαρμογή και της ανάγκης πραγματοποίησης επαναλαμβανόμενων συνεδριών.
- **Συνεργατικές δραστηριότητες:** Μια ακόμα βελτίωση θα ήταν η υλοποίηση και εισαγωγή περισσότερων συνεργατικών δραστηριοτήτων έτσι ώστε να αξιοποιηθούν στο έπακρο οι δυνατότητες που μας παρέχουν οι τεχνολογίες του διάχυτου υπολογισμού σε συνδυασμό με το κοινωνικό χαρακτήρα των επιτραπέζιων παιχνιδιών.
- **Δυνατότητα παροχής βελτιωμένων στοιχείων ανάδρασης και ανατροφοδότησης:** Μια σημαντική βελτίωση θα ήταν η παροχή πιο αναλυτικών οπτικών αναδράσεων με σχεδιοκινήσεις οι οποίες θα οπτικοποιούσαν τις στρατηγικές και θα βοηθούσαν περισσότερο στη κατανόησή τους

## Αναφορές

- Azuma, R. T. (1997). A survey of augmented reality. In *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 6, (4), 355-385.
- Benford, S., Magerkurth, C., & Ljungstrand, P. (2005). Bridging the physical and digital in pervasive gaming. *Communications of the ACM Commun. ACM*, 48(3), 54. doi:10.1145/1047671.1047704
- Bjorkland, D.P., & Douglas, R.N. (1997). The development of memory strategies. In N. Cowan (Ed.), *The development of memory in childhood* (pp. 201-246). Hove, UK: Psychology Press.
- Egglestone, S. R., Walker, B., Marshall, J., Benford, S., & McAuley, D. (2011). Analysing the playground: sensitizing concepts to inform systems that promote playful interaction. *Human-Computer Interaction - INTERACT 2011 Lecture Notes in Computer Science*, 452-469. doi:10.1007/978-3-642-23774-4\_38
- Eriksson D., Peitz, J., & Björk S. (2005a) Enhancing board games with electronics. Accepted to PerGames
- Eriksson D., Peitz J., & Björk S. (2005b) Socially adaptable games. Proceedings of DiGRA 2005 Conference: Changing Views - Worlds in Play.
- Hinske, S., Lampe, M., Carsten Magerkurth, C.R.: *Classifying Pervasive Games: On Pervasive Computing and Mixed Reality*, vol. 1. Shaker Verlag, Aachen (2007)

- Jiménez, O., Arena, D., & Acholonu, U. (2011). Tug-of-War: A card game for pulling students to fractions fluency. In Proceedings of the 7th international conference on Games+ Learning+ Society Conference (pp. 119-127). ETC Press.
- Kaufmann, H., & Schmalstieg, D. (2002). Mathematics and geometry education with collaborative augmented reality. *ACM SIGGRAPH 2002 Conference Abstracts and Applications on - SIGGRAPH '02*. doi:10.1145/1242073.1242086
- Kerawalla, L., Luckin, R., Seljeflot, S. & Woolard, A. (2006). Making it real: exploring the potential of augmented reality for teaching primary school science. *Virtual Reality, 10*, (3-4), 163-174.
- Lemonidis, Ch. (2015). *Mental Computation and Estimation: Implications for mathematics education research, teaching and learning*. Routledge.
- Mackay, W. E. (1998). Augmented Reality: Linking real and virtual worlds. A new paradigm for interacting with computers. In *Proceedings of ACM Conference on Advanced Visual Interfaces-AVI'98*. New York, NY, USA: ACM Press.
- Maclellan, E. (2001). Mental calculation: its place in the development of numeracy. *Westminster Studies in Education, 24*, (2), 145-154.
- Milgram, P. & Kishino, F. A. (1994). Taxonomy of mixed reality visual displays, Institute of Electronics. In *Information, and Communication Engineers Trans. Information and Systems (IECE special issue on networked reality), E77-D*, (12), 1321-1329.
- Molla, E. & Lepetit, V. (2010). Augmented reality for board games. *Mixed and Augmented Reality (ISMAR), 2010 9th IEEE International Symposium on*. doi: 10.1109/ISMAR.2010.5643593
- Nilson, T., Linton, S. & Looser, J. (2004). Motivations for AR gaming. In *Proceedings of the New Zealand Game Developers Conference-NZGDC 2004*. (pp. 86- 93). FUSE, Dunedin, New Zealand.
- Nilsson, P., Sollervall, H., Spikol, D. (2010) Mathematical learning processes supported by augmented reality. In: Márcia Pinto & Teresinha Kawasaki (ed.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Mathematics in different settings : PME 34, Belo Horizonte, Brazil* (pp. 337-344). Bela Horizonte, Brazil: PME Proceedings of the international Groups for the Psychology of Mathematics Education
- Oost, P. (2005). *Augmented Board Games, Group for Human Media Interaction*. Retrieved January 11, 2016 from <http://referaat.cs.utwente.nl/conference/2/paper/7087/augmented-board-games.pdf>
- Salinas, P., Quintero, E., & González-Mendivil, E. (2014). How can Augmented Reality favor the learning of Calculus? In H. R. Arabnia, A. Bahrami, L. Deligiannidis, & G. Jandieri (Eds.), *Proceedings of the International Conference on Frontiers in Education: Computer Science and Computer Engineering* (pp. 443-447). Las Vegas, Nevada, USA: CSREA Press.
- Schmalstieg, D., & Wagner, D. (2007). Experiences with handheld augmented reality. In *ISMAR '07 Proceedings of the 6th IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality* (pp.1-13).
- Sowder, J. (1992). Making sense of numbers in school mathematics. In G. Leinhardt & R. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp.1-51). Hillsdale, Nj: Erlbaum.
- Stapleton, C., Hughes, C. E. & Moshell, J. M. (2002). Mixed Reality and the Interactive Imagination. *Proceedings of the First Swedish-American Workshop on Modeling and Simulation, SAWMAS 2002*. (pp. 30-31). Orlando, FL.
- Thompson, I. (1999a). Getting your head around mental computation. In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (pp. 145-156). Buckingham: Open University Press.
- Wandt, E. & Brown, G. W. (1957). Non-occupational uses of mathematics. *Arithmetic teacher, 4*, 151-154.
- Yingprayoon, J. (2015) Teaching mathematics using augmented reality. Proceedings of the 20<sup>th</sup> Asian Technology Conference in Mathematics (Leshan, China, 2015)
- Λεμονίδης, Χ. (2013). *Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής. Νοεριοί Υπολογισμοί. Θεσσαλονίκη : Ζυγός.*
- Λυγούρας, Γ. (2006). *Η επίδοση και η ευελιξία μαθητών της Γ' Δημοτικού στους νοερούς υπολογισμούς και το κοινωνικό τους υπόβαθρο.* (Διπλωματική εργασία, Επόπτης Καθηγητής: Λεμονίδης, Χ.). Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Παιδαγωγική Σχολή Φλώρινας: Φλώρινα.