

# Ερμηνεύοντας τη Χρήση Ψηφιακών Εργαλείων από Μαθητές στη ‘Χελωνόσφαιρα’

Χ. Κυνηγός<sup>1</sup>, Δ. Διαμαντίδης<sup>2</sup>, Μ. Γριζιώτη<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ε.Ε.Τ., Φ.Σ., ΕΚΠΑ & Ι.Τ.Υ.Ε. Διόφαντος, kynigos@ppp.uoa.gr

<sup>2</sup> Ε.Ε.Τ., Φ.Σ., ΕΚΠΑ dimitrd@ppp.uoa.gr

<sup>2</sup> Ε.Ε.Τ., Φ.Σ., ΕΚΠΑ mgriziot@ppp.uoa.gr

## Περίληψη

Ο εκπαιδευτικός που χρησιμοποιεί ψηφιακά εργαλεία στην τάξη συχνά μπορεί για μαθησιακούς σκοπούς να σχεδιάζει δομήματα για να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές του. Οι μαθητές μπορεί να χρησιμοποιούν τα δομήματα αυτά, προσδίδοντάς τους προσωπικό νόημα, διαφορετικό από εκείνο που σκέφτηκε ο εκπαιδευτικός όταν τα σχεδιάζε. Το άρθρο συζητά το πλαίσιο μέσα στο οποίο ο σχεδιασμός και η χρήση των δομημάτων έχει προστιθέμενη αξία για τους μαθητές, αλλά και για τον ίδιο τον εκπαιδευτικό. Προτείνει μια ερμηνευτική προσέγγιση των ενεργειών των μαθητών μέσα από ένα παράδειγμα στο περιβάλλον της Χελωνόσφαιρας, ενός λογισμικού τρισδιάστατης γεωμετρίας με συντάκτη Logo. Από το θεωρητικό πλαίσιο που τίθεται, αναζητούνται πιθανοί τρόποι μελέτης της αλληλεπίδρασης μεταξύ των ενεργειών των μαθητών, που δρουν σε συλλογικότητες και του μελλοντικού σχεδιασμού του εκπαιδευτικού, που έχει τέτοιου είδους ανατροφοδότηση από τους μαθητές.

**Λέξεις κλειδιά:** δημιουργία νοημάτων, εργαλειακή θεωρία, συμβολική έκφραση

## 1. Εισαγωγή

Στο πλαίσιο της διδασκαλίας των μαθηματικών στην Ελλάδα κυρίως τα τελευταία χρόνια τα ψηφιακά εργαλεία έχουν ‘κερδίσει’ έδαφος ανάμεσα στις διαθέσιμες στους εκπαιδευτικούς πρακτικές. Η απήχηση της επιμόρφωσης στη χρήση νέων τεχνολογιών στη διδακτική πράξη, οι υποστηρικτικές δομές για τον εκπαιδευτικό όπως τα ‘Διαδραστικά Βιβλία’ (<http://ebooks.edu.gr>) και το ‘Φωτόδεντρο’ (<http://photodentro.edu.gr>) εκφράζουν την τάση αυτή, αλλά και τη δυναμική της. Η αλλαγή αυτή ανεξαρτήτως των αιτιών της, απεικονίζει το μετασχηματισμό του εκπαιδευτικού μοντέλου σύμφωνα με την ‘αλλαγή παραδείγματος’ που περιγράφει ο Chevallard (2012): Από το παράδειγμα της ‘περιήγησης σε μνημεία’ μαθηματικής γνώσης όπου ο μαθητής μελετά και θαυμάζει διαχρονικά έργα και αριστουργηματικές πρακτικές των μαθηματικών αυθεντιών της ιστορίας, στο παράδειγμα της ρεαλιστικής εμπλοκής του μαθητή με την μαθηματική εμπειρία, μέσω της διερεύνησης ερωτημάτων που συνήθως μένουν αναπάντητα στην τυπική εκπαίδευση (ibid.). Μια τέτοιου είδους μαθησιακή εμπειρία δε διακόπτεται με το ‘χτύπημα του κουδουνιού’, αλλά συνεχίζεται καθώς ο μαθητής θέτει συνεχώς ερωτήματα για τα

προβλήματα στα οποία εμπλέκεται.

Σε αυτό το 'νέο' εκπαιδευτικό περιβάλλον ο τρόπος που οι μαθητές μπορούν να 'κάνουν' μαθηματικά και που οι εκπαιδευτικοί μπορούν να συνεισφέρουν σε αυτή την κατεύθυνση, αλλάζει σημαντικά. Όπως συνήθως συμβαίνει, ούτε το περιβάλλον από μόνο του, ούτε τα διαθέσιμα εργαλεία οδηγούν με αυτόματο τρόπο στην κατάκτηση προστιθέμενης αξίας για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Προαπαιτούμενο είναι η διαδικασία της μάθησης να υποστηρίζεται από τους εκπαιδευτικούς με κατάλληλο τρόπο, ώστε να δημιουργούνται οι συνθήκες αλληλεπιδράσεων και να δίνονται στους μαθητές δυνατότητες συνεχούς τροποποίησης δεδομένων και αποτελεσμάτων ενός προβλήματος και σύνδεσης πολλαπλών αναπαραστάσεων κάτι που παρέχεται από τις λειτουργικότητες ψηφιακών εργαλείων (Windsteiger, 2008). Συνεπώς είναι φανερό ότι η ενσωμάτωση των ψηφιακών εργαλείων στη διδασκαλία μπορεί να έχει προστιθέμενη αξία σε αυτή την κατεύθυνση και η χρήση τους 'φυσιολογικά' κερδίζει έδαφος. Άλλωστε, η σύγχρονη τεχνολογία και ο ηλεκτρονικός υπολογιστής είναι τα πολιτισμικά εργαλεία με τα οποία μπορούν να κατασκευαστούν κατάλληλα περιβάλλοντα μάθησης, που θα επηρεάζουν τον τρόπο που σκέφτονται και μαθαίνουν τα παιδιά ακόμα και όταν δε βρίσκονται σε επαφή με αυτά (Papert & Harel, 1991; Κυνηγός, 2006).

Το άρθρο αυτό εστιάζει σε τρόπους μελέτης της (αμφίδρομης) αλληλεπίδρασης μεταξύ του εκπαιδευτικού και των μαθητών σε ένα τέτοιο περιβάλλον, μέσα από ένα παράδειγμα (μέρους μιας μεγαλύτερης έρευνας), αναλύοντας περισσότερο τις ενέργειες των μαθητών σε σχέση με το σχεδιασμό του εκπαιδευτικού. Στην έρευνα ακολουθήσαμε την μεθοδολογία του 'πλαίσιου δράσης' (framework of action, (diSessa & Cobb, 2004)). Πρόκειται για ένα εργαλείο σχεδιασμού μιας παρέμβασης στην τάξη και μελέτης, κατανόησης και περιγραφής του 'τι συμβαίνει' κατά την παρέμβαση. Το πλαίσιο που προτείνουμε εμφορείται από τις εξής κεντρικές αντιλήψεις:

- Ο εκπαιδευτικός είναι σχεδιαστής υλικού με χρήση ψηφιακών εργαλείων το οποίο χρησιμοποιεί στην τάξη για μαθησιακούς σκοπούς (Κυνηγός & Διαμαντίδης, 2014).
- Ο μαθητής δημιουργεί προσωπικά νοήματα για τα μαθηματικά όταν εμπλέκεται σε γνήσια διερευνητικές δραστηριότητες με ψηφιακά εργαλεία (Hoyles, 2005; Κυνηγός, 2006).

Στην επόμενη ενότητα τεκμηριώνουμε το πλαίσιο αυτό με βάση τη διδακτική των μαθηματικών και παρουσιάζουμε το ψηφιακό εργαλείο με το οποίο σχεδιάστηκαν και υλοποιήθηκαν οι παρεμβάσεις, καθώς τα συμπεράσματα που προέκυψαν και που αναφέρονται στην τελευταία ενότητα είναι άμεσα εξαρτημένα από το λογισμικό και τις συνθήκες της έρευνας. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε την ταυτότητα της έρευνας και του συγκεκριμένου μέρους της που είναι και το αντικείμενο του άρθρου.

## 2. Η έρευνα

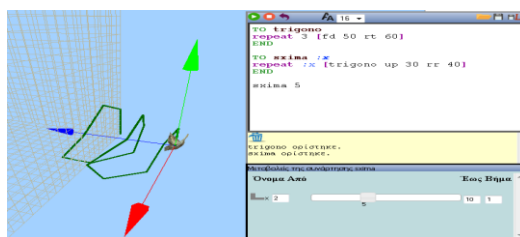
### 2.1 Το πλαίσιο της έρευνας

Βασικό θεωρητικό δόμημα με το οποίο αναλύουμε την παρέμβασή μας στην τάξη είναι η ‘εργαλειακή θεωρία’ (instrumental theory, (Rabardel & Bourmaud, 2003; Verillon & Rabardel, 1995)). Στη βάση αυτού του θεωρητικού πλαισίου προσεγγίζουμε το σχεδιασμό του μικροπειράματος από τον εκπαιδευτικό σαν τη δημιουργία ενός ‘εργαλείου’ (instrument), δηλαδή ενός αντικειμένου (artifact) με προσαρτημένο το ‘σχήμα της χρήσης του’ δηλαδή τον τρόπο που έχει σκεφτεί ο εκπαιδευτικός-σχεδιαστής ότι μπορεί αυτό το μικροπείραμα να χρησιμοποιηθεί από τους μαθητές. Σύμφωνα με την Artigue (2002), οποιοδήποτε ψηφιακό δόμημα, ακόμα κι αν είναι φτιαγμένο για άλλο σκοπό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί αναπόφευκτα από το μαθητή με εξατομικευμένο τρόπο. Έτσι ο μαθητής είναι κι αυτός διασκευαστής του μικροπειράματος του εκπαιδευτικού, κάτι που οδηγεί είτε στη ‘δημιουργία εργαλείου’ (instrumentation) όταν δεν αλλάζουν οι λειτουργικότητές του, αλλά τα προσαρτημένα σε αυτό γνωστικά σχήματα του μαθητή – οι τρόποι χρήσης του, είτε στην ‘αλλοίωση εργαλείου’ (instrumentalization) που είναι η δημιουργία νέου εργαλείου με άλλες λειτουργικότητες από το αρχικό. Συνεπώς από τη μία βρίσκεται ο εκπαιδευτικός που φτιάχνει ψηφιακά εργαλεία για τους μαθητές και από την άλλη οι μαθητές (αν μιλάμε για σχολική τάξη) που ‘απαντούν’ σε αυτή την ‘εργαλειακή δημιουργία’. Στο μέρος της έρευνας που εστιάζει το άρθρο, το κεντρικό ερώτημα που μας απασχολεί είναι η περιγραφή των μηχανισμών ενεργοποίησης της δημιουργίας νοημάτων από τους μαθητές, καθώς χρησιμοποιούν ένα ψηφιακό εργαλείο που έχει σχεδιαστεί από τον εκπαιδευτικό για διδακτικούς σκοπούς.

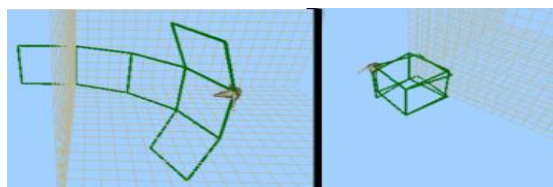
### 2.2 Η Χελωνόσφαιρα

Η ‘Χελωνόσφαιρα’ είναι ένα διαδικτυακό (web-based) λογισμικό που αναπτύχθηκε από το εργαστήριο εκπαιδευτικής τεχνολογίας (ETL, <http://etl.ppp.uoa.gr>) με χρήση τεχνολογιών που να υποστηρίζεται από όλες τις σύγχρονες ψηφιακές συσκευές. Είναι ένα λογισμικό τρισδιάστατων δυναμικών αναπαραστάσεων που κατασκευάζονται με γλώσσα Logo, με τη δυνατότητα πλοήγησης στο χώρο. Μια τρισδιάστατη οντότητα ακολουθεί τις εντολές Logo (στον συντάκτη) και κινείται αφήνοντας ένα ίχνος μέσω του οποίου κατασκευάζονται σχήματα (στη σκηνή) (εικόνα 1). Τα σχήματα αυτά μπορεί ο χρήστης να τα χειριστεί δυναμικά (μέσω των μεταβολών), εφόσον περιέχονται μεταβλητές στον κώδικα Logo από τον οποίο έχουν δημιουργηθεί. Όπως και σε περιβάλλοντα της Γεωμετρίας της Χελώνας στις δύο διαστάσεις (Χελωνόκοσμος) οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να βρουν σχέσεις μεταξύ γεωμετρικών στοιχείων των σχημάτων που εκφράζονται με μεταβλητές, χρησιμοποιώντας τη συμβολική έκφραση ως μια φορμαλιστική αναπαράσταση του χωρικού αντικειμένου με νόημα για τους ίδιους (Dubinsky, 2000). Έτσι, για τους μαθητές ο φορμαλισμός αποκτά νόημα, βρίσκεται σε χρήση και μέσω αυτού οι

μαθητές μετατρέπουν τις χωρικές οντότητες σε γεωμετρικές (ibid., (Fischbein, 1993)). Σε αυτό το πλαίσιο ο φορμαλισμός γίνεται ισχυρό αναπαραστασιακό εργαλείο και για τους μαθητές. Μέσω του συγκερασμού συμβολικής έκφρασης και δυναμικού χειρισμού κάνουν γεωμετρία και άλγεβρα (Κυνηγός, 2006), συνδέοντας τις δύο αναπαραστάσεις του ίδιου αντικειμένου.



*Εικόνα 1: Το περιβάλλον της 'Χελωνόσφαιρας'.*



*Εικόνα 2: Η κατασκευή του δυναμικού αναπτύγματος του κύβου από τους μαθητές.*

### 2.3 Η υλοποίηση της έρευνας

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε στο εργαστήριο η/υ Γυμνασίου της Αθήνας στα πλαίσια του ομίλου Μαθηματικών του Σχολείου και σε δύο διαδοχικές δίωρες συναντήσεις με χρονική απόσταση δύο εβδομάδων μεταξύ τους. Σε αυτή συμμετείχαν δύο ερευνητές εκ των οποίων ο εκπαιδευτικός των μαθητών και οκτώ μαθητές χωρισμένοι σε τέσσερις διμελείς ομάδες. Κάθε ομάδα χειριζόταν έναν η/υ με το λογισμικό 'Χελωνόσφαιρα'. Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν για την ανάλυση ήταν αρχεία ήχου από όλες τις συνομιλίες, αρχεία εικόνας με χρήση του λογισμικού Hypercam 2, τα παραγόμενα των μαθητών και οι σημειώσεις των ερευνητών. Για τις ανάγκες της ανάλυσης εστίασαμε σε μια ομάδα δύο μαθητριών της Γ' γυμνασίου.

Στο 1<sup>ο</sup> δίωρο ζητήθηκε από τους μαθητές να κατασκευάσουν έναν μεταβλητό κύβο (που να αλλάζουν τα μήκη των ακμών του) και μετά το ανάπτυγμα ενός κύβου στη 'Χελωνόσφαιρα'. Αφού κατάφεραν αυτή την κατασκευή ζητήθηκε από τους μαθητές να κατασκευάσουν ένα 'δυναμικό' ανάπτυγμα του κύβου, ώστε να 'ανοίγει' και να 'ξανακλείνει'. Αυτό το πέτυχαν χρησιμοποιώντας άλλη μια μεταβλητή (εκτός από το μήκος των πλευρών) για τη διέδρη γωνία μεταξύ δύο εδρών του κύβου (Εικόνα 2). Η δραστηριότητα της 1<sup>ης</sup> συνάντησης είχε ως πεδίο εμπλοκής των μαθητών τον προσανατολισμό στο χώρο, καθώς και τη χρήση της διέδρης γωνίας σε κατασκευές

(Latsi & Kynigos, 2011). Αυτό φάνηκε και από την εξέλιξη της διερεύνησης:

*M1: Θα χρησιμοποιήσουμε το τετράγωνο; [Εικόνα 3]*

*M2: Τετράγωνο :χ για να μεγαλώνει. Αλλά πρέπει να το κάνουμε και να κλείνει.*

*M1: Άρα τετράγωνο :χ :y*

*M2: Όχι, τετράγωνο :χ και μετά :y για να 'κλείνουν' τα τετράγωνα :y.*

*Μεταβλητή γωνία :y.*

Από ότι φαίνεται στον παραπάνω διάλογο οι μαθήτριες δημιουργούν νόημα που αντιστοιχεί στη διέδρη γωνία, που δεν την είχαν συναντήσει ως τυπική μαθηματική έννοια ως τότε. Η μεταβλητή :y εκφράζει το άνοιγμα της διέδρης γωνίας και μέσω της χρήση της μεταβλητής, μαθηματικοποιούν το οπτικό αποτέλεσμα του 'κλεισίματος' των δύο τετραγωνικών εδρών. Στην επόμενη συνάντηση (2<sup>ο</sup> δίωρο) η πρόκληση ήταν να χρησιμοποιήσουν διάφορα στερεά σχήματα, ως δομικούς λίθους και να κατασκευάσουν δικά τους δομήματα, χωρίς περιορισμούς. Αν χρειάζονταν κύβο θα χρησιμοποιούσαν τον δικό τους κώδικα, ενώ για άλλα σχήματα θα έπρεπε φτιάξουν νέο κώδικα. Ανάμεσα σε έτοιμα παραδείγματα του κωδικών της 'Χελωνόσφαιρας' υπήρχε και ένας που κατασκεύαζε μεταβλητή πυραμίδα με τετράγωνη βάση ο οποίος είχε κατασκευαστεί από τον εκπαιδευτικό. Οι μαθήτριες θέλησαν να χρησιμοποιήσουν την πυραμίδα ως δομικό λίθο για τις κατασκευές τους και από την προσπάθειά τους να το πετύχουν προέκυψε το 'επεισόδιο' που περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.

#### **2.4 Επεισόδιο: Η χρήση της μεταβλητής σε διαφορετικά πλαίσια**

Η μορφή του κώδικα που κατασκεύαζε την πυραμίδα (Εικόνα 3) δεν 'βόλευε' τις μαθήτριες καθώς προσπαθώντας να την χρησιμοποιήσουν, αντιμετώπισαν προβλήματα, όπως φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα:

*M1: Να φτιάξουμε δύο πυραμίδες την μια κολλητά στην άλλη;*

*M2: Κάντο έτσι... [βάζει εντολή επανάληψης]... όχι! πώς βγήκε έτσι από πάνω;*

*M1: Για να δω... ναι, γιατί το αεροπλάνο [οντότητα της Χελωνόσφαιρας] φτάνει σε αυτή τη θέση και δεν έρχεται πάλι στην αρχή.*

*M2: [Στον εκπαιδευτικό] Οκ, πρέπει να την ξαναφτιάξουμε δηλαδή;*

*E: Μάλλον...*

Ο κώδικας ήταν αρχικά κατασκευασμένος από τον εκπαιδευτικό ως αντικείμενο (artifact). Αν το δούμε ως εργαλείο, η προσαρτημένη χρήση του ήταν να χρησιμοποιηθεί ως ένα δυναμικά μεταβαλλόμενο σχήμα. Μαθηματικά, ήταν μια εφαρμογή τριγωνομετρικών σχέσεων και Πυθαγορείου Θεωρήματος. Ωστόσο έχοντας ως στόχο τη χρήση της πυραμίδας ως δομικού λίθου, δημιούργησαν άλλο εργαλείο (instrumentation), αλλάζοντας το γνωστικό τους σχήμα για αυτό. Βλέποντας ότι το εργαλείο με τις συγκεκριμένες λειτουργικότητές του δεν μπορούν να το χρησιμοποιήσουν όπως θέλουν, ξεκινούν την προσπάθεια να τις αλλάξουν,

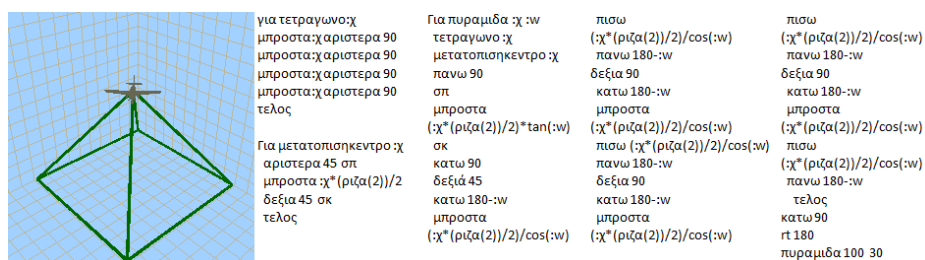
αλλάζοντας τον κώδικα και αλλοιώνοντας το εργαλείο (instrumentalization). Πιο συγκεκριμένα αυτό που προσπάθησαν να κάνουν ήταν να ξανακατασκευάσουν την πυραμίδα, χρησιμοποιώντας μια μεταβλητή που να εκφράζει άλλη γωνία της πυραμίδας και μετά άλλη σχέση μεταξύ των γωνιών-μεταβλητών, συνεπώς με χρήση άλλων ιδιοτήτων του σχήματος (Εικόνα 3). Αυτό που ήθελα να πετύχουν ήταν το αεροπλάνο να παίρνει μια τελική θέση που να τους είναι χρήσιμη.

Τι σημαίνει όμως αυτή η αλλαγή για τα μαθηματικά και τα νοήματα που δημιούργησαν οι μαθήτριες; Όπως προαναφέραμε μέσω της συμβολικής έκφρασης του κώδικα ο μαθηματικός φορμαλισμός αποκτά χρηστικό νόημα για τους μαθητές, που συνδέεται με τις γεωμετρικές ιδιότητες των σχημάτων. Έτσι, όταν οι μαθήτριες άλλαξαν τη μεταβλητή για να κατασκευάσουν ένα 'ίδιο' σχήμα με άλλο τρόπο χρησιμοποίησαν άλλη ιδιότητα της πυραμίδας. Αυτή η ανάγκη προέκυψε από την προσπάθεια των μαθητριών να χρησιμοποιήσουν την πυραμίδα σαν αυτοτελές αντικείμενο μέσα σε έναν πιο σύνθετο κώδικα. Για μια τέτοια χρήση καταλληλότερη ήταν η νέα μεταβλητή-γωνία. Αυτό που κατά τη γνώμη μας οδήγησε σε αυτή την διαδικασία εργαλειακής δημιουργίας ήταν η διπλή υπόσταση της μεταβλητής. Από τη μία η μεταβλητή εκφράζει μια γεωμετρική ιδιότητα, ενώ από την άλλη είναι μια 'προγραμματιστική' μεταβλητή μέσα στον κώδικα. Οι δύο αυτές υποστάσεις έθεσαν περιορισμούς η μία στην άλλη. Έτσι, μπορεί να υπήρχαν διαφορετικοί τρόποι κατασκευής του ίδιου γεωμετρικού αντικειμένου, αλλά ανάλογα με τον τρόπο που αυτό θα χρησιμοποιηθεί (το προσαρτημένο του νόημα), υπάρχει ο βέλτιστος.

### 3. Σύνοψη - Προεκτάσεις

Παρατηρώντας τη δράση των μαθητριών στο επεισόδιο χρησιμοποιήσαμε σημεία της 'εργαλειακής θεωρίας' που μας βοήθησαν να ερμηνεύσουμε τις ενέργειες τους, καθώς ενεπλάκησαν σε μια διερευνητική και σχετικά 'ανοικτή' μαθηματική δραστηριότητα. Αυτό που μας φάνηκε σημαντικό σε μια τέτοια ερμηνεία είναι η δυνατότητα που μας δίνει, ερευνητικά, για το επόμενο βήμα. Αν εφαρμόσουμε παρόμοια παρέμβαση σε μια σχολική τάξη που οι μαθητές δρουν ως συλλογικότητα με κουλτούρα έντονης και πυκνής ανταλλαγής των κατασκευών τους (Papert & Harel, 1991), τότε αναπτύσσουν κοινή 'γλώσσα', κοινά νοήματα και αλληλεπιδρούν μαθαίνοντας ο ένας από τον άλλο. Αποτελούν δηλαδή μια συλλογικότητα με εσωτερικές μορφές επικοινωνίας χωρίς, ενδεχομένως, ο εκπαιδευτικός να συμμετάσχει 'ισότιμα' σε όλες αυτές. Άρα, οι κατασκευές των μαθητών ατομικά και συλλογικά, για τον εκπαιδευτικό συχνά μπορεί να αποτελέσουν αφορμή για ανατροφοδότηση των πρακτικών του ως προς το σχεδιασμό και τη διδασκαλία. Για τη μελέτη αυτής της αλληλεπίδρασης θα μπορούσαμε να χρησιμοποιούμε το θεωρητικό δόμημα του boundary crossing (Akkerman & Bakker, 2011) και του 'αντικειμένου διαμεσολάβησης' (boundary object) (Star & Griesemer, 1989). Αναφερόμαστε στο 'εργαλείο' που σχεδιάζει ο εκπαιδευτικός, το αλλάζουν

(instrumentation, instrumentalization) οι μαθητές ατομικά ή συλλογικά και επιστρέφει στον εκπαιδευτικό. Βέβαια το ‘αντικείμενο διαμεσολάβησης’ είναι ένα θεωρητικό δόμημα, που αναφέρεται στις ‘κοινότητες πρακτικής’ (CoP) (Wenger, 1998) και έχει εισαχθεί για να περιγράψει συλλογικότητες επαγγελματιών. Ωστόσο μπορούμε να δούμε μια τέτοια συλλογικότητα μαθητών κάτω από το πρίσμα μιας CoP, με τον εκπαιδευτικό να ανήκει στην CoP των ομοτέχνων του. Μέσω αυτής της οπτικής μπορούμε να θέσουμε-μελετήσουμε νέα ερωτήματα για τη σχέση μεταξύ σχεδιασμού από τον εκπαιδευτικό και αλληλεπίδρασης με τη σχολική κοινότητα.



**Εικόνα 3:** Η πυραμίδα και ο αρχικός κώδικας. Η τελική θέση του αεροπλάνου δε βόλεψε τις μαθήτριες και προσπάθησαν να αλλάξουν τον κώδικα.

### Ευχαριστίες

Η έρευνα που οδήγησε σε αυτά τα αποτελέσματα χρηματοδοτήθηκε από την Ευρωπαϊκή Ένωση FP7, στο πλαίσιο της σύμβασης GA 610467: έργο “M C Squared”, <http://mc2-project.eu>. Το παρόν άρθρο εκφράζει αποκλειστικά τις απόψεις των συγγραφέων και η Ε.Ε. δεν φέρει ευθύνη για οποιαδήποτε χρήση γίνει σε πληροφορίες που περιλαμβάνονται σε αυτό.

### Βιβλιογραφία

- Akkerman, S., & Bakker, A. (2011). Boundary crossing and boundary objects. *Review of Educational Research*, 81 (2), 132-169.
- Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7 (3), 245-274.
- Chevallard, Y. (2012). *Teaching Mathematics in Tomorrow's society: A Case for an Oncoming Counterparadigm*.
- diSessa, A., & Cobb, B. (2004). Ontological Innovation and the Role of Theory in Design Experiments. *The Journal of the Learning Sciences*, 13 (1), 77 - 103.

- Dubinsky, E. (2000). Meaning and Formalism in Mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* , 5, 211-240.
- Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics* , 24 (2), 139-162.
- Hoyles, C. (2005). Making Mathematics and Sharing Mathematics: Two Paths to Co-constructing Meaning? Στο *Meaning in Mathematics Education*. New York, USA: Springer.
- Latsi, M., & Kynigos, C. (2011). Meanings about Dynamic Aspects of Angle while Changing Perspectives in a Simulated 3d Space. *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Ankara.
- Papert, S., & Harel, I. (1991). *Situating Constructionism*. Ablex Publishing Corporation.
- Rabardel, P., & Bourmaud, G. (2003). From computer to instrument system: A developmental perspective. (P. Rabardel, & Y. Waern, Επιμ.) *Special Issue "From Computer Artifact to Mediated Activity", Part 1: Organizational Issues, Interacting With Computers* , 15 (5), 665-691.
- Star, S., & Griesemer, J. (1989). Institutional Ecology, 'Translations' and Boundary Objects: Amateurs and Professionals in Berkeley's Museum of Vertebrate Zoology, 1907-39". *Social Studies of Science* , 19 (3), 387-420.
- Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and Artifacts: A Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrument Activity. *European Journal of Psychology in Education* , 9 (3), 77-101.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice learning, meaning and identity*. New York: Cambridge University Press.
- Windsteiger, W. (2008). Stimulating Students' Creativity Through Computer-Supported Experiments and Automated Theorem Proving. Στο E. Velikova, & A. Andzans (Επιμ.), *Promoting Creativity for all Students in Mathematics Education* (σσ. 351-357). University of RousseBulgaria.
- Κυνηγός, Χ. (2006). *Το Μάθημα της Διερεύνησης*. Αθήνα: Ελληνικά γράμματα.
- Κυνηγός, Χ., & Διαμαντίδης, Δ. (2014). Διασκεύαζοντας μικροπειράματα του Ψηφιακού Σχολείου ως εφελκυστικό για τον εκπαιδευτικό: Μια περίπτωση σχεδιασμού γύρω από την εξίσωση. *1ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή για το Εκπαιδευτικό Υλικό στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες*, (σσ. 823 - 842). Ρόδος.